

## ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И КВАНТОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Очень редко изображения, получаемые в информационных системах, имеют цифровую форму. Поэтому их преобразование к этому виду является обязательной операцией, если предполагается использовать цифровую обработку, передачу, хранение. Как и при одномерных сигналах, данное преобразование включает в себя две процедуры. Первая состоит в замене непрерывного кадра дискретным и обычно называется *дискретизацией*, а вторая выполняет замену непрерывного множества значений яркости множеством квантованных значений и носит название *квантования*. При цифровом представлении каждому из квантованных значений яркости ставится в соответствие двоичное число, чем и достигается возможность ввода изображения в ЭВМ.

Двумерный характер изображения по сравнению с обычными сигналами содержит дополнительные возможности оптимизации цифрового представления с целью сокращения объема получаемых цифровых данных. В связи с этим изучался вопрос о наилучшем размещении уровней квантования, а также об использовании различных растров [1.1...1.3], другие аспекты данной задачи. Следует, однако, сказать, что в подавляющем большинстве случаев на практике применяют дискретизацию, основанную на использовании прямоугольного раstra, и равномерное квантование яркости. Это связано с простотой выполнения соответствующих операций и относительно небольшими преимуществами от использования оптимальных преобразований. При использовании прямоугольного раstra в окончательном виде цифровое изображение обычно представляет собой матрицу, строки и столбцы которой соответствуют строкам и столбцам изображения.

### 1.1. Дискретизация непрерывных изображений

Замену непрерывного изображения дискретным можно выполнить различными способами. Можно, например, выбрать какую-либо систему ортогональных функций и, вычислив коэффициенты представления изображения по этой системе (по этому базису), заменить ими изображение. Многообразие базисов дает возможность образования различных дискретных представлений непрерывного изображения. Однако наиболее употребительной является периодическая дискретизация, в частности, как упоминалось выше, дискретизация с прямоугольным растром. Такой способ дискретизации может рассматриваться как один из вариантов применения ортогонального базиса, использующего в качестве своих элементов сдвинутые  $\delta$ -функции. Далее,

следующим, в основном, [1.1], подробно рассмотрим основные особенности прямоугольной дискретизации.

Пусть  $x_H(t_1, t_2)$  - непрерывное изображение, а  $x(i_1, i_2)$  - соответствующее ему дискретное, полученное из непрерывного путем прямоугольной дискретизации. Это означает, что связь между ними определяется выражением:

$$x(i_1, i_2) = x_H(i_1 \Delta t_1, i_2 \Delta t_2), \quad (1.1)$$

где  $\Delta t_1, \Delta t_2$  - соответственно вертикальный и горизонтальный шаги или интервалы дискретизации. Рис.1.1 иллюстрирует расположение отсчетов на плоскости  $(t_1, t_2)$  при прямоугольной дискретизации.

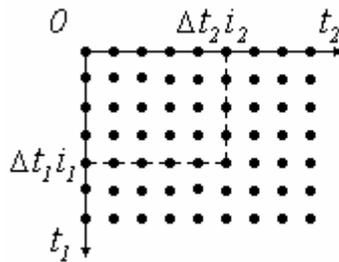


Рис. 1.1. Расположение отсчетов при прямоугольной дискретизации

Основной вопрос, который возникает при замене непрерывного изображения дискретным, состоит в определении условий, при которых такая замена является полноценной, т.е. не сопровождается потерей информации, содержащейся в непрерывном сигнале. Потери отсутствуют, если, располагая дискретным сигналом, можно восстановить непрерывный. С математической точки зрения вопрос, таким образом, заключается в восстановлении непрерывного сигнала в двумерных промежутках между узлами, в которых его значения известны или, иными словами, в осуществлении двумерной интерполяции. Ответить на этот вопрос можно, анализируя спектральные свойства непрерывного и дискретного изображений.

Двумерный непрерывный частотный спектр  $X_H(\Omega_1, \Omega_2)$  непрерывного сигнала  $x_H(t_1, t_2)$  определяется двумерным прямым преобразованием Фурье:

$$X_H(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_H(t_1, t_2) \exp(-j\Omega_1 t_1 - j\Omega_2 t_2) dt_1 dt_2, \quad (1.2)$$

которому отвечает двумерное обратное непрерывное преобразование Фурье:

$$x_H(t_1, t_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_H(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\Omega_1 t_1 + j\Omega_2 t_2) d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (1.3)$$

Последнее соотношение верно при любых значениях  $t_1, t_2$ , в том числе и в узлах прямоугольной решетки  $t_1 = i_1 \Delta t_1, t_2 = i_2 \Delta t_2$ . Поэтому для значений сигнала в узлах, учитывая (1.1), соотношение (1.3) можно записать в виде:

$$x(i_1, i_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_H(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\Omega_1 i_1 \Delta t_1 + j\Omega_2 i_2 \Delta t_2) d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (1.4)$$

Обозначим для краткости через  $S(k_1, k_2)$  прямоугольный участок в двумерной частотной области  $\frac{-\pi + 2\pi k_1}{\Delta t_1} \leq \Omega_1 \leq \frac{\pi + 2\pi k_1}{\Delta t_1}, \frac{-\pi + 2\pi k_2}{\Delta t_2} \leq \Omega_2 \leq \frac{\pi + 2\pi k_2}{\Delta t_2}$ .

Вычисление интеграла в (1.4) по всей частотной области можно заменить интегрированием по отдельным участкам  $S(k_1, k_2)$  и суммированием результатов:

$$x(i_1, i_2) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \iint_{S(k_1, k_2)} X_H(\Omega_1, \Omega_2) \times \\ \times \exp(j\Omega_1 \Delta t_1 i_1 + j\Omega_2 \Delta t_2 i_2) d\Omega_1 d\Omega_2.$$

Выполняя замену переменных по правилу  $\Omega_1 \rightarrow \Omega_1 - 2\pi k_1 / \Delta t_1, \Omega_2 \rightarrow \Omega_2 - 2\pi k_2 / \Delta t_2$ , добиваемся независимости области интегрирования от номеров  $k_1$  и  $k_2$ :

$$x(i_1, i_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\frac{\pi}{\Delta t_1}}^{\frac{\pi}{\Delta t_1}} \int_{-\frac{\pi}{\Delta t_2}}^{\frac{\pi}{\Delta t_2}} \sum_{k_1} \sum_{k_2} X_H\left(\Omega_1 + \frac{2\pi k_1}{\Delta t_1}, \Omega_2 + \frac{2\pi k_2}{\Delta t_2}\right) \times \\ \times \exp(j\Omega_1 \Delta t_1 i_1 + j\Omega_2 \Delta t_2 i_2) d\Omega_1 d\Omega_2.$$

Здесь учтено, что  $\exp(-j2\pi ki) = 1$  при любых целых значениях  $k$  и  $i$ . Данное выражение по своей форме очень близко к обратному преобразованию Фурье. Отличие состоит лишь в неправильном виде экспоненциального множителя. Для придания ему необходимого вида введем нормированные частоты  $\omega_1 = \Omega_1 \Delta t_1, \omega_2 = \Omega_2 \Delta t_2$  и выполним в соответствии с этим замену переменных. В результате получим:

$$x(i_1, i_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\Delta t_1 \Delta t_2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} X_H\left(\frac{\omega_1 + 2\pi k_1}{\Delta t_1}, \frac{\omega_2 + 2\pi k_2}{\Delta t_2}\right) \times \exp(j\omega_1 i_1 + j\omega_2 i_2) d\omega_1 d\omega_2. \quad (1.5)$$

Теперь выражение (1.5) имеет форму обратного преобразования Фурье, следовательно стоящая под знаком интеграла функция

$$X(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{\Delta t_1 \Delta t_2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} X_H\left(\frac{\omega_1 + 2\pi k_1}{\Delta t_1}, \frac{\omega_2 + 2\pi k_2}{\Delta t_2}\right) \quad (1.6)$$

является двумерным спектром дискретного изображения. В плоскости ненормированных частот выражение (1.6) имеет вид:

$$X(\Omega_1 \Delta t_1, \Omega_2 \Delta t_2) = \frac{1}{\Delta t_1 \Delta t_2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} X_H\left(\Omega_1 + \frac{2\pi k_1}{\Delta t_1}, \Omega_2 + \frac{2\pi k_2}{\Delta t_2}\right) \quad (1.7)$$

Из (1.7) следует, что двумерный спектр дискретного изображения является прямоугольно периодическим с периодами  $2\pi/\Delta t_1$  и  $2\pi/\Delta t_2$  по осям частот  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно. Спектр дискретного изображения  $X(\Omega_1, \Omega_2)$  образуется в результате суммирования бесконечного количества спектров  $X_H(\Omega_1, \Omega_2)$  непрерывного изображения, отличающихся друг от друга частотными сдвигами  $2\pi/\Delta t_1$  и  $2\pi/\Delta t_2$ . Рис.1.2 качественно показывает соотношение между двумерными спектрами непрерывного (рис.1.2.а) и дискретного (рис.1.2.б) изображений.

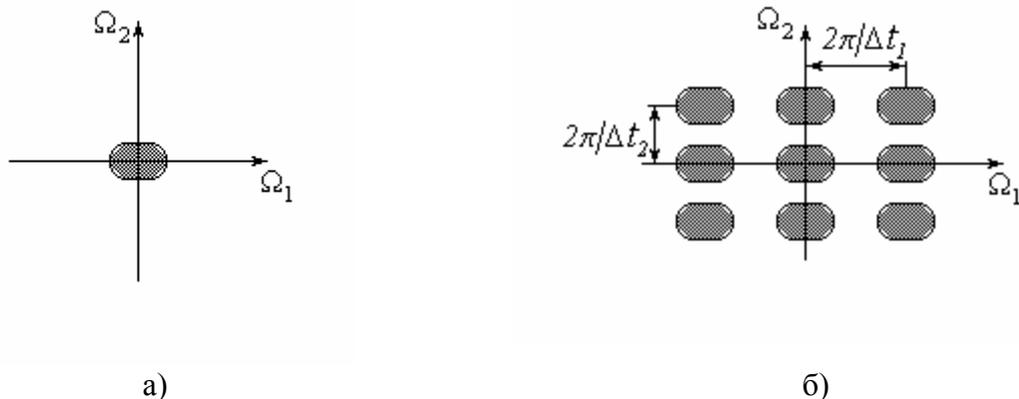


Рис. 1.2. Частотные спектры непрерывного и дискретного изображений

Сам результат суммирования существенно зависит от значений этих частотных сдвигов, или, иными словами, от выбора интервалов дискретизации  $\Delta t_1, \Delta t_2$ .

Допустим, что спектр непрерывного изображения  $X_H(\Omega_1, \Omega_2)$  отличен от нуля в некоторой двумерной области в окрестности нулевой частоты, т. е. описывается двумерной финитной функцией. Если при этом интервалы дискретизации выбраны так, что  $X_H(\Omega_1, \Omega_2) = 0$  при  $|\Omega_1| \geq \pi/\Delta t_1$ ,  $|\Omega_2| \geq \pi/\Delta t_2$ , то наложения отдельных ветвей при формировании суммы (1.7) происходить не будет. Следовательно, в пределах каждого прямоугольного участка  $S(k_1, k_2)$  от нуля будет отличаться лишь одно слагаемое. В частности, при  $k_1 = 0, k_2 = 0$  имеем:

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{\Delta t_1 \Delta t_2} X_H(\Omega_1, \Omega_2) \text{ при } |\Omega_1| \geq \pi/\Delta t_1, |\Omega_2| \geq \pi/\Delta t_2. \quad (1.8)$$

Таким образом, в пределах частотной области  $S(0,0)$  спектры непрерывного и дискретного изображений с точностью до постоянного множителя совпадают. При этом спектр дискретного изображения в этой частотной области содержит полную информацию о спектре непрерывного изображения. Подчеркнем, что данное совпадение имеет место лишь при оговоренных условиях, определяемых удачным выбором интервалов дискретизации. Отметим, что выполнение этих условий, согласно (1.8), достигается при достаточно малых значениях интервалов дискретизации  $\Delta t_1, \Delta t_2$ , которые должны удовлетворять требованиям:

$$\Delta t_1 \leq \pi/\Omega_{1\text{гр}}, \quad \Delta t_2 \leq \pi/\Omega_{2\text{гр}}, \quad (1.9)$$

в которых  $\Omega_{1\text{гр}}, \Omega_{2\text{гр}}$  - граничные частоты двумерного спектра.

Соотношение (1.8) определяет способ получения непрерывного изображения  $x_H(t_1, t_2)$  из дискретного  $x(i_1, i_2)$ . Для этого достаточно выполнить двумерную фильтрацию дискретного изображения низкочастотным фильтром с частотной характеристикой

$$K(j\Omega_1, j\Omega_2) = \begin{cases} \Delta t_1 \Delta t_2 & \text{при } |\Omega_1| \leq \pi/\Delta t_1, |\Omega_2| \leq \pi/\Delta t_2, \\ 0 & \text{при других } \Omega_1, \Omega_2. \end{cases} \quad (1.10)$$

Спектр изображения на его выходе содержит ненулевые компоненты лишь в частотной области  $S(0,0)$  и равняется, согласно (1.8), спектру непрерывного изображения  $X_H(\Omega_1, \Omega_2)$ . Это означает, что изображение на выходе идеального фильтра низких частот совпадает с  $x_H(t_1, t_2)$ .

Таким образом, идеальное интерполяционное восстановление непрерывного изображения выполняется при помощи двумерного фильтра с прямоугольной частотной характеристикой (1.10). Нетрудно записать в явном

виде алгоритм восстановления непрерывного изображения. Двумерная импульсная характеристика восстанавливающего фильтра, которую легко получить при помощи обратного преобразования Фурье от (1.10), имеет вид:

$$h(t_1, t_2) = \frac{\sin(\pi t_1 / \Delta t_1)}{\pi t_1 / \Delta t_1} \frac{\sin(\pi t_2 / \Delta t_2)}{\pi t_2 / \Delta t_2}.$$

Продукт фильтрации может быть определен при помощи двумерной свертки входного изображения и данной импульсной характеристики. Представив входное изображение  $x_{\text{вх}}(t_1, t_2)$  в виде двумерной последовательности  $\delta$ -функций

$$x_{\text{вх}}(t_1, t_2) = \sum_{i_1} \sum_{i_2} x(i_1, i_2) \cdot \delta(t_1 - i_1 \Delta t_1) \delta(t_2 - i_2 \Delta t_2),$$

после выполнения свертки находим:

$$x(t_1, t_2) = \sum_{i_1} \sum_{i_2} x(i_1, i_2) \cdot \frac{\sin[\pi(t_1 - i_1 \Delta t_1) / \Delta t_1]}{\pi(t_1 - i_1 \Delta t_1) / \Delta t_1} \frac{\sin[\pi(t_2 - i_2 \Delta t_2) / \Delta t_2]}{\pi(t_2 - i_2 \Delta t_2) / \Delta t_2}. \quad (1.11)$$

Полученное соотношение указывает способ точного интерполяционного восстановления непрерывного изображения по известной последовательности его двумерных отсчетов. Согласно этому выражению для точного восстановления в роли интерполирующих функций должны использоваться двумерные функции вида  $\sin x/x$ . Соотношение (1.11) представляет собой двумерный вариант теоремы Котельникова-Найквиста.

Подчеркнем еще раз, что эти результаты справедливы, если двумерный спектр сигнала является финитным, а интервалы дискретизации достаточно малы. Справедливость сделанных выводов нарушается, если хотя бы одно из этих условий не выполняется. Реальные изображения редко имеют спектры с ярко выраженными граничными частотами. Одной из причин, приводящих к неограниченности спектра, является ограниченность размеров изображения. Из-за этого при суммировании в (1.7) в каждой из зон  $S(k_1, k_2)$  проявляется действие слагаемых из соседних спектральных зон. При этом точное восстановление непрерывного изображения становится вообще невозможным. В частности, не приводит к точному восстановлению и использование фильтра с прямоугольной частотной характеристикой.

Особенностью оптимального восстановления изображения в промежутках между отсчетами является использование всех отсчетов дискретного изображения, как это предписывается процедурой (1.11). Это не всегда удобно, часто требуется восстанавливать сигнал в локальной области, опираясь на некоторое небольшое количество имеющихся дискретных значений. В этих случаях целесообразно применять квазиоптимальное

восстановление при помощи различных интерполирующих функций. Такого рода задача возникает, например, при решении проблемы привязки двух изображений, когда из-за геометрических расстроек этих изображений имеющиеся отсчеты одного из них могут соответствовать некоторым точкам, находящимся в промежутках между узлами другого. Решение этой задачи более подробно обсуждается в последующих разделах данного пособия.

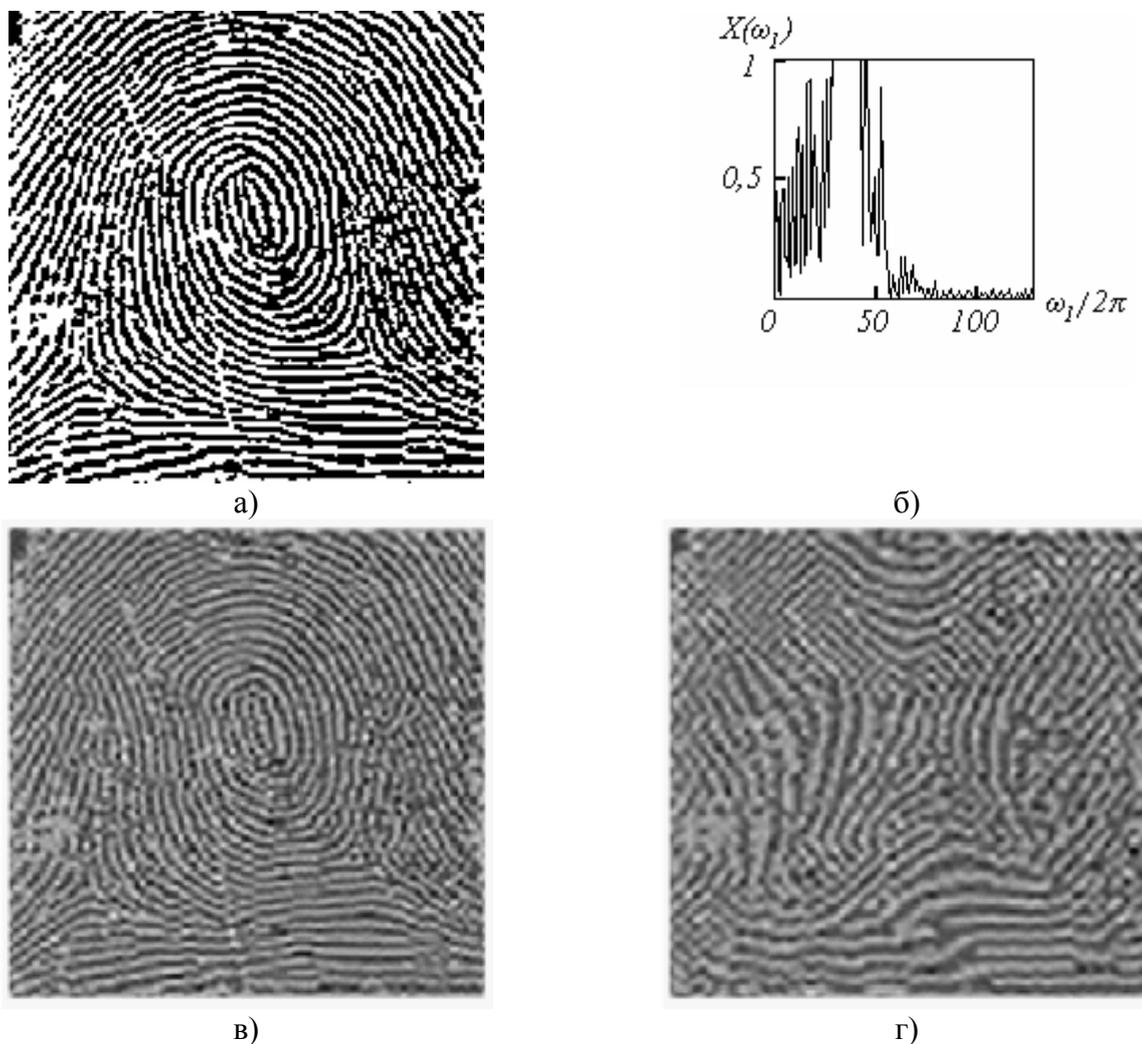
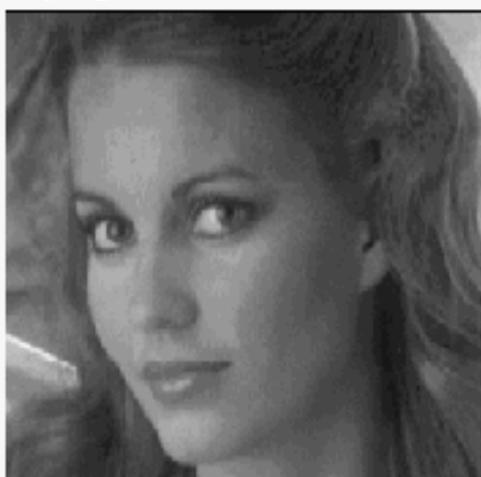


Рис. 1.3. Влияние интервала дискретизации на восстановление изображения «Отпечаток пальца»

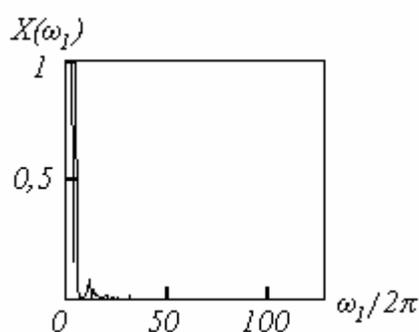
Рис. 1.3 иллюстрирует влияние интервалов дискретизации на восстановление изображений. Исходное изображение, представляющее собой отпечаток пальца, приведено на рис. 1.3.а, а одно из сечений его нормированного спектра - на рис. 1.3.б. Данное изображение является дискретным, а в качестве граничной частоты использовано значение  $\omega_{1гр} = 2\pi \cdot 128$ . Как следует из рис. 1.3.б, значение спектра на этой частоте пренебрежимо мало, что гарантирует качественное восстановление. По сути дела, наблюдаемая на рис. 1.3.а картина и является результатом восстановления непрерывного изображения, а роль восстанавливающего фильтра выполняет

устройство визуализации - монитор или принтер. В этом смысле изображение рис. 1.3.а может рассматриваться как непрерывное.

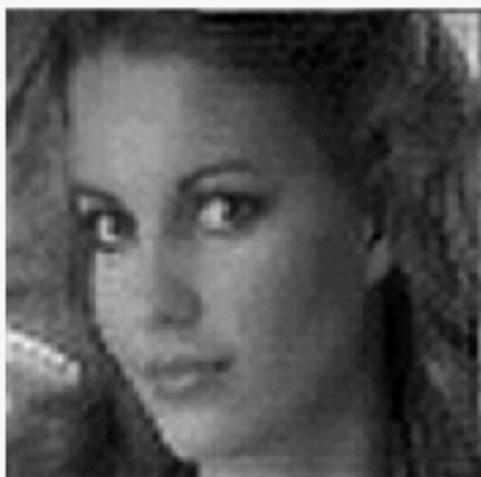
Рис. 1.3.в,г показывают последствия от неправильного выбора интервалов дискретизации. При их получении осуществлялась “дискретизация непрерывного” изображения рис. 1.3.а путем прореживания его отсчетов. Рис. 1.3.в соответствует увеличению шага дискретизации по каждой координате в три, а рис. 1.3.г - в четыре раза. Это было бы допустимо, если бы значения граничных частот были ниже в такое же число раз. В действительности, как видно из рис. 1.3.б, происходит нарушение требований (1.9), особенно грубое при четырехкратном прореживании отсчетов. Поэтому восстановленные при помощи алгоритма (1.11) изображения оказываются не только расфокусированными, но и сильно искажают текстуру отпечатка.



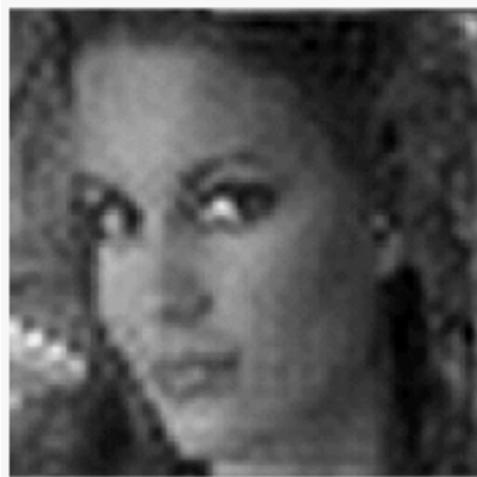
а)



б)



в)



г)

Рис. 1.4. Влияние интервала дискретизации на восстановление изображения «Портрет»

На рис. 1.4 приведена аналогичная серия результатов, полученных для изображения типа “портрет”. Последствия более сильного прореживания ( в четыре раза на рис. 1.4.в и в шесть раз на рис. 1.4.г) проявляются в основном в потере четкости. Субъективно потери качества представляются менее значительными, чем на рис. 1.3. Это находит свое объяснение в значительно меньшей ширине спектра, чем у изображения отпечатка пальца. Дискретизация

исходного изображения соответствует граничной частоте  $\omega_{1\Gamma p} = 2\pi \cdot 86$ . Как видно из рис. 1.4.б, это значение намного превышает истинное значение  $\omega_{1\Gamma p}$ . Поэтому увеличение интервала дискретизации, иллюстрируемое рис. 1.3.в,г, хотя и ухудшает картину, все же не приводит к таким разрушительным последствиям, как в предыдущем примере.

## 1.2. Квантование изображений

При цифровой обработке изображений непрерывный динамический диапазон значений яркости делится на ряд дискретных уровней. Эта процедура называется квантованием. Квантователь преобразует непрерывную переменную  $x$  в дискретную переменную  $x_{кв}$ , принимающую конечное множество значений  $\{r_1, \dots, r_L\}$ . Эти значения называются уровнями квантования. В общем случае преобразование выражается ступенчатой функцией (рис. 1.5). Если яркость  $x$  отсчета изображения принадлежит интервалу  $(d_j, d_{j+1}]$  (т.е., когда  $d_j < x \leq d_{j+1}$ ), то исходный отсчет заменяется на уровень квантования  $r_j$ , где  $d_j, j = \overline{1, L+1}$  - пороги квантования. При этом полагается, что динамический диапазон значений яркости ограничен и равен  $[d_1, d_{L+1}]$ .

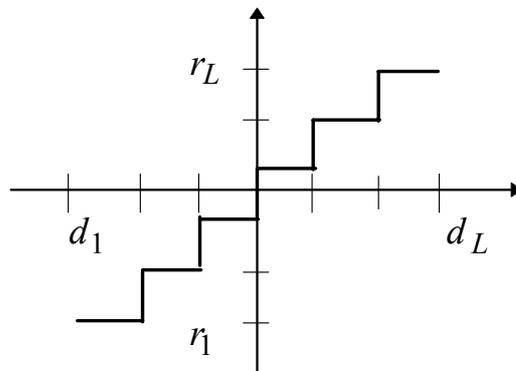


Рис.1.5.Функция, описывающая квантование

Задача построения квантователя состоит в определении значений порогов  $d_j$  и уровней  $r_j$ . Простейший способ решения этой задачи состоит в разбиении динамического диапазона на одинаковые интервалы. Однако такое решение не является наилучшим. Если значения яркости большинства отсчетов изображения сгруппированы, например, в «темной» области и число уровней  $L$  ограничено, то целесообразно квантовать неравномерно. В «темной» области следует квантовать чаще, а в «светлой» реже. Это позволит уменьшить ошибку квантования  $\varepsilon = x - x_{кв}$ .

Таким образом, задачу построения квантователя можно сформулировать как задачу нахождения оптимальных значений  $d_j$  и  $r_j$ , удовлетворяющих некоторому критерию оптимизации. Обычно при фиксированном числе уровней квантователь оптимизируется по критерию минимальной среднеквадратической ошибки

$$E\{\varepsilon^2\} = E\{(x - x_{кв})^2\} = \min_{\{d_j, r_j\}}, \quad (1.12)$$

в предположении, что яркость  $x$  - случайная величина с известной плотностью вероятности  $w(x)$ .

Среднеквадратическая ошибка квантования (1.12) равна

$$E\{\varepsilon^2\} = \int_{d_1}^{d_{L+1}} (x - x_{кв})^2 w(x) dx = \sum_{j=1}^L \int_{d_j}^{d_{j+1}} (x - r_j)^2 w(x) dx. \quad (1.13)$$

Дифференцируя (1.13) по переменным  $d_j$ ,  $r_j$  и приравнивая производные нулю, получаем  $2L - 1$  нелинейных уравнений

$$(d_j - r_j)^2 w(d_j) - (d_j - r_{j-1})^2 w(d_j) = 0, \quad j = \overline{2, L}, \quad (1.14)$$

$$\int_{d_j}^{d_{j+1}} (x - r_j) w(x) dx = 0, \quad j = \overline{1, L}.$$

Следует отметить, что крайние пороги  $d_1$  и  $d_{L+1}$  определяются динамическим диапазоном яркости. Уравнения (1.14) нетрудно привести к виду

$$d_j = (r_j + r_{j-1}) / 2, \quad j = \overline{2, L}, \quad (1.15)$$

$$r_j = \frac{\int_{d_j}^{d_{j+1}} x w(x) dx}{\int_{d_j}^{d_{j+1}} w(x) dx}, \quad j = \overline{1, L}.$$

Из (1.15) следует, что пороги  $d_j$  должны располагаться по середине между двумя соседними уровнями  $r_{j-1}$  и  $r_j$ . Решение этих уравнений можно найти итеративным способом. Оптимальный квантователь, удовлетворяющий критерию (1.12), называется квантователем Ллойда-Макса [1.3, 1.5], а среднеквадратическая ошибка для такого квантователя равна

$$E\{\varepsilon^2\} = E\{x^2\} - \sum_{j=1}^L r_j^2 \int_{d_j}^{d_{j+1}} w(x) dx \quad (1.16)$$

При равномерном распределении яркости нелинейные уравнения (1.15) можно представить в виде [1.3]

$$d_j = d_1 + (j-1)\Delta, \quad j = \overline{2, L},$$

$$r_j = d_j + \Delta/2, \quad j = \overline{1, L},$$

$$\Delta = (d_{L+1} - d_1)/L,$$

а среднеквадратическая ошибка равна  $E\{\varepsilon^2\} = \frac{\Delta^2}{12}$ .

В системах цифровой обработки изображений стремятся уменьшить число уровней и порогов квантования, т.к. от их количества зависит длина двоичного кодового слова, которым представляются проквантованные отсчеты в ЭВМ. Однако при относительно небольшом числе уровней  $L$  на проквантованном изображении появляются ложные контуры. Они возникают вследствие скачкообразного изменения яркости проквантованного изображения (рис.1.6) и особенно заметны на пологих участках ее изменения.

Ложные контуры значительно ухудшают визуальное качество изображения, т.к. зрение человека особенно чувствительно именно к контурам. При равномерном квантовании типичных изображений требуется не менее 64 уровней. На рис.1.7.а и 1.7.б приведены результаты равномерного квантования изображения «Портрет» соответственно на 256 и 14 уровней квантования.

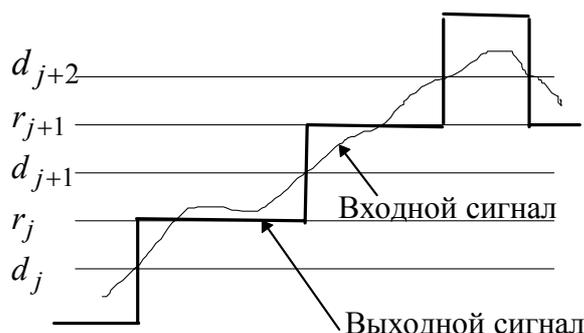


Рис.1.6. К механизму возникновения ложных контуров



а)



б)

Рис.1.7. Результаты равномерного квантования



Рис.1.8. Результат неравномерного квантования

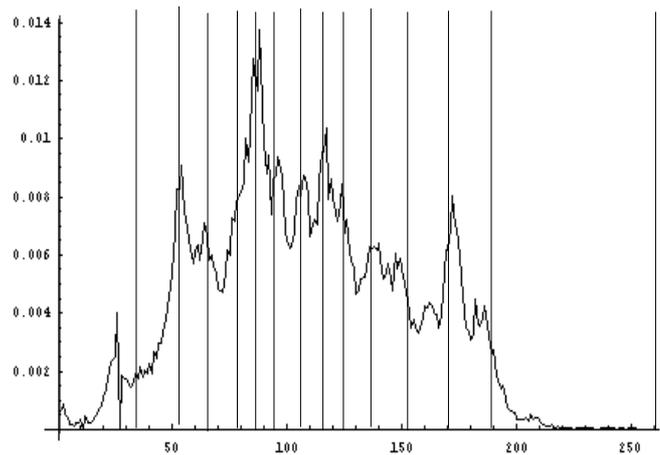


Рис.1.9. Гистограмма изображения «Портрет»

В темных частях изображения на рис. 1.7.б заметны ложные контуры. Использование квантователя Ллойда-Макса позволяет существенно снизить их уровень (см. рис. 1.8, где число уровней квантования также равно 14). На рис. 1.9 приведена гистограмма яркости изображения «Портрет» при 256 уровнях квантования и отмечены пороги  $d_j$  при  $L + 1 = 15$ . Из рисунка следует, что чаще квантуются те области динамического диапазона, в которых сгруппированы значения яркости отсчетов.

Чтобы избежать неравномерного квантования, которое не может быть выполнено с помощью стандартного АЦП, используют нелинейные

преобразования (рис.1.10). Отсчет  $x$  исходного изображения подвергается нелинейному преобразованию, чтобы плотность распределения вероятностей преобразованных отсчетов  $y$  была равномерной, т.е. выполняется процедура эквализации, которая подробно описана в главе 2. Затем отсчеты  $y$  квантуются с равномерным шагом и подвергаются обратному нелинейному преобразованию.

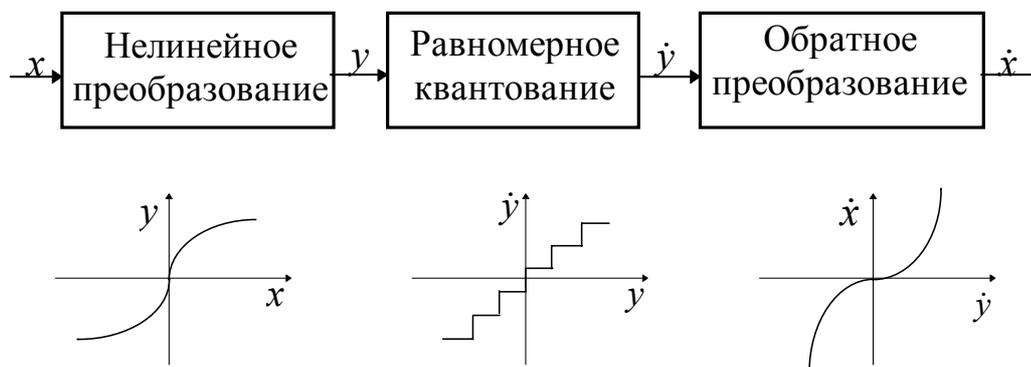


Рис.1.10. Квантование с предварительным нелинейным преобразованием

Для разрушения ложных контуров Робертс предложил перед равномерным квантованием к отсчетам яркости добавлять шум с равномерной плотностью распределения вероятностей. Добавленный шум переводит одни отсчеты изображения на уровень выше, а другие на уровень ниже. Тем самым разрушаются ложные контуры. Дисперсия добавляемого шума должна быть небольшой, чтобы не привести к искажениям, воспринимаемым как «снег» на изображении, и в то же время достаточной для разрушения ложных контуров. Обычно используют равномерно распределенный шум на интервале  $[-\Delta/2, \Delta/2]$ . Результаты равномерного квантования на 14 и 8 уровней изображения «Портрет» с предварительным добавлением шума приведены на рис.1.11.а и 1.11.б. При 8-ми уровнях квантования добавляемый шум становится слишком заметным, однако ложные контуры разрушены практически полностью.



а)



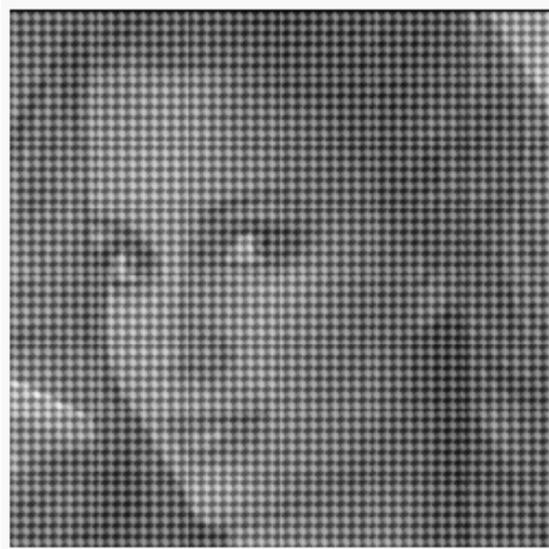
б)

Рис.1.11. Результаты равномерного квантования с предварительным добавлением шума

Еще один метод квантования используется в полиграфии. Это метод формирования растровых бинарных (2-х уровневых) изображений из полутоновых. При печати (например, газет или журналов) изображение формируется из белых и черных точек. Для этого все исходное изображение разбивается по пространственным координатам на одинаковые квадратные блоки. Обычно блок содержит  $5 \times 5$  элементов. К каждому отсчету блока добавляется число с соответствующими координатами из матрицы возмущающего сигнала, размеры которой равны размерам блока. Например, в качестве матрицы возмущающего сигнала используют числа [1.5]:

$$\begin{bmatrix} 40 & 60 & 150 & 90 & 10 \\ 80 & 170 & 240 & 200 & 110 \\ 140 & 210 & 250 & 220 & 130 \\ 120 & 190 & 230 & 180 & 70 \\ 20 & 100 & 160 & 50 & 30 \end{bmatrix}.$$

Эта операция повторяется для всех блоков. Получаемое при этом изображение квантуется на два уровня. На рис. 1.12.а приведено полутоновое изображение «Портрет» с добавленным возмущающим сигналом. На рис. 1.12.б,в приведены результаты бинарного квантования изображения «Портрет» с добавленным возмущающим сигналом (рис.1.13.б) и без него (рис.1.13.в).



a)



б)



в)

Рис.1.12.Растрирование изображений

Бинарное растровое изображение обеспечивает значительно лучшее зрительное впечатление, чем обычное бинарное изображение. Передача шкалы яркости при растрировании достигается благодаря изменению геометрических размеров белого пятна, наблюдаемого на черном фоне. Если в блоке сгруппировались «светлые» отсчеты, то геометрические размеры белого пятна максимальны и равны размеру блока. При уменьшении яркости его геометрические размеры также уменьшаются. Глаз человека выполняет локальное усреднение, создавая иллюзию наблюдения полутонового изображения. Процедура растрирования особенно эффективна при печати изображений с высоким разрешением, когда одиночное пятно едва различимо глазом.

## ВОПРОСЫ К ГЛАВЕ 1

- 1.1. Поясните как проблема дискретизации изображения связана с двумерной интерполяцией?
- 1.2. Какова структура двумерного частотного спектра дискретного изображения?
- 1.3. При каких условиях, используя дискретное изображение, можно без потерь восстановить непрерывное?
- 1.4. Докажите, что двумерный фильтр с прямоугольной частотной характеристикой идеально восстанавливает непрерывное изображение из дискретного.
- 1.5. Учитывая, что спектры реальных изображений не являются финитными функциями, предложите метод расчета ошибок восстановления, вызванных нарушением требований (1.9).
- 1.6. Поясните в чем состоит задача поиска оптимального квантователя изображения?
- 1.7. Чем объясняется стремление использовать небольшое число уровней квантования и что препятствует этой тенденции?
- 1.8. Поясните механизм возникновения ложных контуров при малом числе уровней квантования изображения.
- 1.9. Каким образом добавление шума к изображению позволяет ослабить эффект ложных контуров, возникающих при квантовании? Как при этой процедуре следует выбирать характеристики шума?
- 1.10. С какой целью применяют нелинейное предискажение изображения при его равномерном квантовании? Какой должна быть характеристика нелинейного элемента?