

Приложение А

ПРОГРАММЫ ДЛЯ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

А.1. ВВЕДЕНИЕ

Это приложение должно вооружить читателя, изучающего методы анализа временных рядов, набором тех программ, которые понадобятся при работе над упражнениями.

Все включенные в программы команды записаны на упрощенном Фортране, что дает возможность прогонять эти программы на большинстве ЭВМ, снабженных трансляторами с Фортрана.

Характер этих программ во многом определен целями книги. Главное, на что обращалось внимание при их составлении, — это прозрачность смысла и возможно более широкий спектр применимости. Разумеется, порой это достигалось ценой некоторого снижения эффективности и увеличения необходимой для вычислений памяти. Поэтому читателю не стоит удивляться, если ему удастся подобрать программу, которая будет отвечать его собственным требованиям в большей степени.

Хотелось бы сразу предостеречь и еще от одной ошибки. Хотя приведенные программы в том виде, как они здесь представлены, полезны при решении задач, затронутых в этой книге, ими не исчерпываются все приемы, которые нужны при работе с временными рядами. Рассмотрение предложенных программ преследует более скромную цель — привить читателю элементарные навыки работы с задачами, возникающими при исследованиях реальных временных рядов. Сложность программ, при помощи которых они обрабатываются, оказывается почти на два порядка выше.

В приложение включены следующие подпрограммы: TDRAND, реализующая генератор случайных чисел с равномерным распределением; PRPLOT, предназначенная для получения графического изображения результатов; FFTRAN — для вычисления быстрого преобразования Фурье; LPSB — для вычисления весовых коэффициентов низкочастотных фильтров Баттеруорта; TTRAN — для определения передаточных функций цифровых фильтров.

Помимо этого, приложение содержит небольшую программу, которая позволяет частично проверять приведенные программы. Прежде чем начать работать над любой задачей, рекомендуется прогнать эту тестовую программу и снять возникшие вопросы.

Ведь достаточно неправильно ввести символ, чтобы затем часами из-за ошибки в программе безуспешно пытаться решить задачу. Если же сначала прогнать тест, то большая часть ошибок такого рода будет сразу выявлена. Но, пожалуйста, не забывайте, что проверка при помощи тестовой программы не всеобъемлюща: эта программа может работать правильно и тогда, когда имеются ошибки перфорации или ошибки в программе.

Другое обстоятельство, на которое следует обратить внимание, состоит в том, что все приведенные подпрограммы *не* выполняют проверки диапазона входных параметров для определения точности. Если для некоторых параметров берутся плохие значения, то арифметические ошибки, по своей природе подобные тем, что служат причиной преждевременного уничтожения программы на некоторых операционных системах, станут почти неизбежными.

А.2. ГЕНЕРАТОР СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

При помощи подпрограммы TDRAND (рис. А.1) при каждом обращении вырабатывается одно равномерно распределенное

```
SUBROUTINE TORAND (X)
DATA I/783637/
I=125*I
I=1-(I/27962031)*2796203
X=FLOAT(I)/2796202.
RETURN
END
```

Рис. А.1. Генератор равномерно распределенных случайных чисел.

псевдослучайное число. Последовательность операторов вызова сводится к предложению

CALL TDRAND(X),

где X — получающееся случайное число. Оно имеет равномерное распределение на интервале (0, 1), математическое ожидание $1/2$ и дисперсию $1/12$.

Здесь рассматривается, по существу, версия Л. Хэнсона реализации алгоритма 266 [G5], предложенного Пайком и Хиллом (Пайк, Хилл (1965)).

Вернуться в исходное положение подпрограмма TDRAND практически не позволяет.

На рис. А.2 и А.3 приведены гистограмма и плотность спектра мощности 1000 псевдослучайных чисел, полученных при помощи подпрограммы TDRAND, из которых вычиталась $1/2$ (чтобы среднее было равно 0).

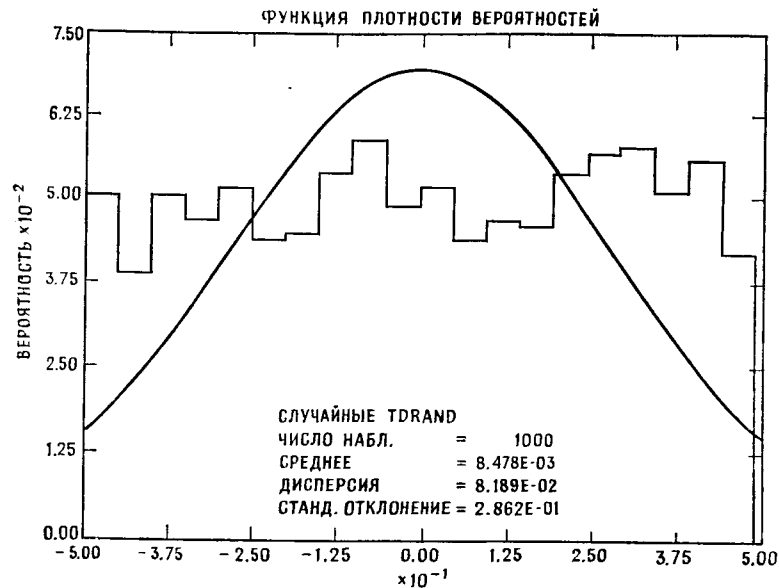


Рис. А.2. Гистограмма 1000 значений, полученных процедурой TDRAND. Чтобы гистограмма была симметричной относительно нуля, из каждого значения вычиталась 1/2.

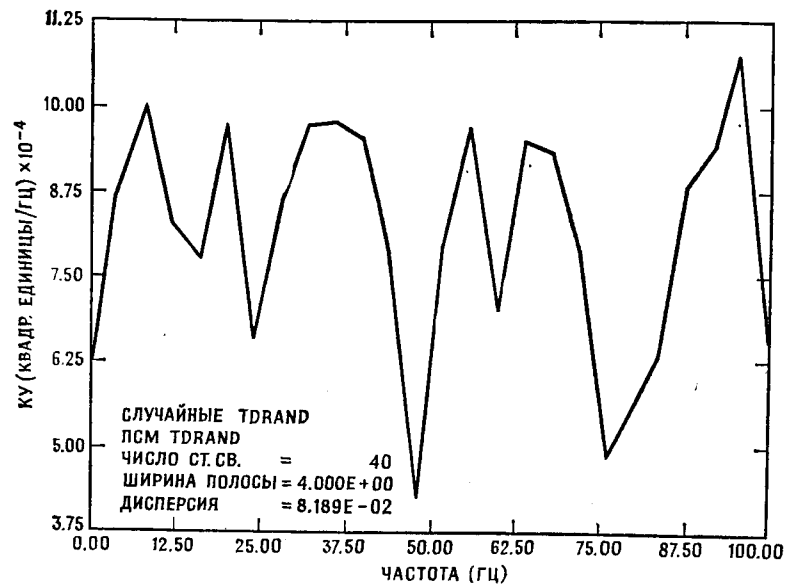


Рис. А.3. Плотность спектра мощности 1000 значений. Предполагается, что $T = 0,005$.

Гистограмма была построена с 20 одинаковыми карманами. Вероятность попадания в каждый из них равна 0,05. Ясно, что положение, при котором в каждый из карманов попадает ровно по 50 значений, слишком маловероятно. Тем не менее, как можно видеть, полученные результаты довольно близки к этим величинам.

Теоретическое значение плотности спектра мощности должно в рассматриваемом случае быть постоянным и равным $8,3333 \cdot 10^{-4}$. Действительно, полученные результаты располагаются около этого значения.

А.3. ПОЛУЧЕНИЕ ГРАФИКОВ НА ПЕЧАТАЮЩЕМ УСТРОЙСТВЕ

Подпрограмма PRPLOT (рис. А.4) представляет собой простую подпрограмму, позволяющую получать на печатающем устройстве графики данных с равным шагом. Последовательность операторов вызова имеет вид

CALL SUBROUTINE PRPLOT (Y,N,FIRST,DX,ISKIP)

Перечисленные параметры обозначают следующие величины: Y — данные (зависимая величина), значения которых располагаются в равноотстоящих точках, разделенных интервалом DX; N — общее число точек, наносимых на график; FIRST = X_0 — первое значение независимого переменного (как правило, равное 0); DX — шаг, с которым чередуются последовательные значения величины X; ISKIP ≤ 1 — график всех значений Y; ISKIP > 1 — график N значений Y, начиная с Y(1), с пропуском ISKIP — 1 значений перед каждым новым значением.

Эта программа не выдает страницу до начала печати графика. Пользователь должен до начала работы PRPLOT пропустить несколько строк (чтобы отделить график). Кроме того, в информации выше нужно для выдачи страницы предусмотреть управление кареткой.

Последний параметр для выбора пропуска позволяет получать на графике действительные и мнимые части комплексных чисел (данных) отдельно и обходиться при этом без нарушения того естественного порядка, в котором эти данные хранились. Обратите внимание на то, что в качестве печатающего устройства выбран блок 6. Такой выбор требуется на многих системах.

А.4. БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Подпрограмма FFTRAN (рис. А.5) позволяет вычислять быстрое преобразование Фурье равноотстоящих комплексных данных при помощи метода Кули — Тьюки. Предложение вызова имеет вид

CALL FFTRAN (SIGN, T, X, NPOW)

где SIGN = -1. для преобразования из времени в частоты,
= 1. — из частот во время; T — выборочный интервал во времен-

```

SUBROUTINE PRPLOT (Y,N,FIRST,DX,JSKIP)
DIMENSION Y(1), A(26), SYM(4)
DATA BLNK/4H /, SYM(1)/4H+ /, SYM(2)/4H + /,
1 SYM(3)/4H + /, SYM(4)/4H + /, IPRINT/6/
JSKIP=JSKIP
IF (JSKIP.LE.0) JSKIP=1
DO 5 I=1,26
5 A(I)=BLNK
ZERO=FIRST
C=Y(1)
D=C
DO 10 I=2,N
LOC=1+JSKIP*(I-1)
E=Y(LOC)
IF (E.GT.0) D=E
IF (E.LT.C) C=E
10 CONTINUE
IGT=1
IF (D.GT.9999.) IGT=2
IF (C.LT.-9999.) IGT=2
IF (D.LT.0.1.AND.C.GT.-0.1) IGT=2
DMC=D-C
AA=(DMC)/100.
BB=(D+C)/2.
WRITE (IPRINT,45) C,BB,D
IF (ABS(DMC).GT.1.E-20) GO TO 15
WRITE (IPRINT,50)
GO TO 40
15 DO 35 I=1,N
LOC=1+JSKIP*(I-1)
XP=Y(LOC)
J=(XP-C)/AA+0.5
J4=J/4
JU=J-J4*4+1
J4=J4+1
A(J4)=SYM(JU)
GO TO (20,25),IGT
20 WRITE (IPRINT,55) ZERO,XP,A
GO TO 30
25 WRITE (IPRINT,60) ZERO,XP,A
30 ZERO=ZERO+DX
A(J4)=BLNK
35 CONTINUE
40 RETURN
C
C
C
45 FORMAT (20X,F10.2,35X,F10.2,36X,F10.2)
50 FORMAT (26HODATA ALL EQUAL...NO PLOT.,//)
55 FORMAT (1X,F8.4,F10.4,1X,26A4)
60 FORMAT (1X,F7.4,E11.4,1X,26A4)
END
100010
100020
100030
100040
100050
100060
100070
100080
100090
100100
100110
100120
100130
100140
100150
100160
100170
100180
100190
100200
100210
100220
100230
100240
100250
100260
100270
100280
100290
100300
100310
100320
100330
100340
100350
100360
100370
100380
100390
100400
100410
100420
100430
100440
100450
100460
100470
100480
100490
100500
100510
100520

```

Рис. А.4. Программа для графического изображения данных. Написана Р. К. Отнесом.

ной области; X — данные; NPOW — степень 2, определяющая длину N записи данных, т. е. $N = 2^{NPOW}$.

Предполагается, что в массиве переменного X запоминается $N = 2^{NPOW}$ комплексных значений данных. Таким образом, раз-

мерность X для действительных значений должна быть равной по крайней мере $2 * (2^{**} NPOW)$.

Величина T всегда обозначает интервал, с которым производится выборка. Если необходимо, то по ней вычисляется величина b — шаг в области частот: $b = 1/(NT)$.

Вычисления проводятся по формулам

$$X(k) = T \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \exp\left(-\frac{j2\pi ik}{N}\right),$$

где $N = 2^{NPOW}$.

Величины $x(i)$, так же как и $X(k)$, имеют комплексные значения. Они хранятся следующим образом:

Временная функция	Хранение в программе	Функция частоты	Хранение в программе
$x(0)$	X(1)	X(0)	X(1), X(2)
$x(1)$	X(3)	X(1)	X(3), X(4)
.	.	.	.
.	.	.	.
$x(i)$	X(2i+1)	X(k)	X(2k+1), X(2k+2)
.	.	.	.
.	.	.	.
$x(N-1)$	X(2N-1)	X(N-1)	X(2N-1), X(2N)

Решение многих задач упрощается, если 1) каждый раз преобразуется только одна функция, 2) для переменного x используется двумерный массив, определяемый описанием

DIMENSION X (2,1024)

Здесь $N = 1024$; функция, для которой ищется преобразование, запоминается следующим образом:

$$x(i) \rightarrow X(1, I \text{ или } i+1), i = 1, \dots, N,$$

$$0 \rightarrow X(2, I \text{ или } i+1), i = 0, \dots, N-1.$$

После преобразования результаты запоминаются так:

	Частота
Re [X(0)] в X(1, 1)	0
Im [X(0)] в X(2, 1)	
.	
.	
Re [X(k)] в X(1, K или k+1)	kb
Im [X(k)] в X(2, K или k+1)	
.	
.	
Re [X(N/2)] в X(1, N/2+1)	F
Im [X(N/2)] в X(2, N/2+1)	

```

SUBROUTINE FFTRAN (SIGN,T,X,NPOM)
C
C
C      МЕТОД КУЛИ-ТЬЮКИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ
C      ВКЛЮЧАЕТ ВЫЧИСЛЕНИЯ СИНУСОВ, КОСИНУСОВ И ПЕРЕУПОРЯДОЧЕНИЕ
C      ДАННЫХ ЧЕРЕЗ ОБРАТНУЮ ПЕРЕСТАНОВКУ БИТОВ ИНДЕКСОВ
C
C      SIGN = УКАЗАТЕЛЬ НАПРАВЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ
C      = -1. ДЛЯ ПРЯМОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
C      = 1. ДЛЯ ОБРАТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
C      T     = ШАГ ПО ВРЕМЕНИ
C      X     = МАССИВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ
C      NPOM  = СТЕПЕНЬ 2 (ОБЪЕМ БЛОКА = 2**NPOM)
C
C      DIMENSION X(1), CS(2), MSK(13)
C      COMPLEX X,CXCS,HOLD,XA
C      EQUIVALENCE (CXCS,CS)
C      NMAX=2**NPOM
C      ZZ=6.283185306*SIGN/FLOAT(NMAX)
C      DELTA=T
C      IF (SIGN) 10,10,5
C      DELTA=1./(T*FLOAT(NMAX))
C      MSK(1)=NMAX/2
C      DO 15 I=2,NPOM
C      MSK(I)=MSK(I-1)/2.
C      NN=NMAX
C      MM=2
C
C      ВНЕШНИЙ ЦИКЛ ДЛЯ СЛОЕВ NPOM
C
C      DO 45 LAYER=1,NPOM
C      NN=NN/2
C      NW=0
C      DO 40 I=1,MM,2
C      II=NN*I
C
C      CXCS = CEXP(2*PI*NW*SIGN/NMAX)
C
C      W=FLOAT(NW)*ZZ
C      CS(1)=COS(W)
C      CS(2)=SIN(W)
C
C      ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ОБЕИХ ПОЛОВИН КАЖДОГО БЛОКА
C
C      DO 20 J=1,NN

```

Рис. А.5. Программа быстрого преобразования Фурье. Написана

Не забудьте, что соотношение между k и K имеет следующий вид:

$$k: 0 \quad k \quad \frac{N}{2}$$

$$K: 1 \quad k+1 \quad \frac{N}{2} + 1$$

А.5. ПОЛУЧЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ НИЗКОПОЛОСНОГО ФИЛЬТРА

Подпрограмма LPSB (рис. А.6) позволяет получать весовые коэффициенты, необходимые при цифровой низкочастотной филь-

```

C      II=II+1
C      IJ=II-NN
C      XA=CXCS*X(II)
C      X(IJ)=X(IJ)-XA
C      X(IJ)=X(IJ)+XA
C
C      ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБРАТНЫХ АДРЕСОВ
C
C      DO 25 LOC=2,NPOM
C      LL=NW-MSK(LOC)
C      IF (LL) 30,35,25
C      NW=LL
C      25  NW=MSK(LOC)+NW
C      30  GO TO 40
C      35  NW=MSK(LOC+1)
C      40  CONTINUE
C
C      ПРОВОДИТСЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОЕ ПЕРЕУПОРЯДОЧЕНИЕ
C      А ТАКЖЕ УМНОЖЕНИЕ НА DELTA
C
C      MM=MM*2
C      NN=0
C      DO 80 I=1,NMAX
C      NW1=NW+1
C      HOLD=X(NW1)
C      IF (NW1-1) 60,55,50
C      50  X(NW1)=X(I)*DELTA
C      55  X(I)=HOLD*DELTA
C
C      ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБРАТНОГО АДРЕСА
C
C      DO 65 LOC=1,NPOM
C      LL=NW-MSK(LOC)
C      IF (LL) 70,75,65
C      NW=LL
C      65  NW=MSK(LOC)+NW
C      70  GO TO 80
C      75  NW=MSK(LOC+1)
C      80  CONTINUE
C      RETURN
C      END

```

Л. Д. Эноксоном, Ховардом Натансом и Р. К. Отнесом.

трации. В частности, она дает возможность определять весовые коэффициенты для синусного варианта фильтра Баттеруорта. Предложение обращения к этой подпрограмме имеет вид

CALL LPSB (M, T, BW, A1, A2, BZERO)

Входящие в него символы имеют следующий смысл.

На входе: M — порядок фильтра, который должен быть ограничен промежутком $1 \leq M \leq 20$ (обычно $M=6$); T — интервал, с которым производится выборка, в секундах; BW — частота отсечки фильтра (точка половинной мощности), Гц, которая должна быть ограничена промежутком $0 < BW < 1/(2T)$.

```

C      SUBROUTINE LPSB (MM,T,BW,A1,A2,BZERO)
C
C      ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ ВЕСА НИЗКОПОЛОСНЫХ СИНУСНЫХ ФИЛЬТРОВ
C      БАТТЕРУОРТА
C      ИЗ ... ПРИКЛАДНОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ...
C
C      РОБЕРТА К. ОТНЕСА И ЛОРЕНА ЭНОКСОНА
C
C      COPYRIGHT 1977, WILEY INTERSCIENCE, NEW YORK
C
C      СЧИТАЕМ, ЧТО ...
C
C      Y(I)=-A1*Y(I-1)-A2*Y(I-2)+BZERO*X(I)
C
C      DIMENSION A1(1), A2(1)
C      DOUBLE PRECISION A,B,C,D,E,F,G,H, FN, FACT, WEDGE, SECTOR, ANG
C      FACT=3.14159265*T*BW
C      FACT=DSIN(FACT)
C      F=1.00
C      M=MM
C      M1=M/2
C      M3=M1
C      IF (M1.EQ.0) GO TO 10
C      M2=M
C      A=M2
C      SECTOR=3.1415926500/A
C      WEDGE=SECTOR/2.00
C      DO 5 I=1,M1
C      FN=I-1
C      B=FACT*DSIN(FN*SECTOR+WEDGE)
C      C=1.00-FACT*FACT
C      D=0.500*(-C+DSQRT(C*C+4.00*B**2))
C      E=DSQRT(D+1.00)+DSQRT(D)
C      G=2.00*(2.00*B*B/D)-1.00/(E**2)
C      H=-1.00/(E**4)
C      F=F*(1.00-G-H)
C      A1(I)=-G
C      A2(I)=-H
5      CONTINUE
10     IT=M-2*M1
C      IF (IT.EQ.0) GO TO 15
C      M3=M1+1
C      A=FACT*FACT
C      G=2.00*A+1.00-2.00*FACT*DSQRT(A+1.00)
C      A1(M3)=-G
C      A2(M3)=0.
C      F=F*(1.00-G)
15     A=M3
C      BZERO=F*(1.00/A)
C      RETURN
C      END

```

Рис. А.6. Программа получения весовых коэффициентов для низкочастотной фильтрации Баттеруорта.

На выходе: $A1$ — коэффициенты фильтра a_{1p} , $p=1, \dots, P$, где P определяется соотношениями

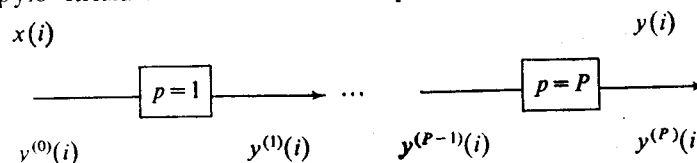
$$P = \frac{M}{2} \quad (M - \text{четное}), \quad P = \frac{M+1}{2} \quad (M - \text{нечетное});$$

$A2$ — коэффициенты a_{2p} фильтра, значение P здесь то же, если M — четное, если же M — нечетное, то последний P -й коэффициент равен нулю; $BZERO$ — постоянный коэффициент, одинаковый для всех составляющих фильтра.

Предполагается, что на p -м шаге фильтрации выполняется операция

$$y^{(p)}(i) = b_0 y^{(p-1)}(i) - a_{1p} y^{(p)}(i-1) - a_{2p} y^{(p)}(i-2),$$

которую схематически можно изобразить так:



Отметим, что $y^{(p-1)}(i)$ есть вход на p -м шаге фильтрации, а $y^{(p)}(i)$ — выход. Далее, $y^{(0)}(i) = x(i)$ есть начальное значение при фильтрации, $y^{(p)}(i) = y(i)$ есть последнее значение, полученное на выходе.

А.6. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

Подпрограмма TTRAN, приведенная на рис. А.7, позволяет определить передаточную функцию цифрового фильтра на выбранном множестве частот при заданных весовых коэффициентах фильтра. Считается, что фильтр реализуется в каскадной форме.

Предложение обращения имеет вид

CALL TTRAN (A1,A2,B0,B1,B2,M,NPO,T,FREQ,ABZ,PHS)

Входящие в него величины имеют следующий смысл.

На входе программы: $A1$, $A2$, $B0$, $B1$ и $B2$ — коэффициенты a_{1p} , a_{2p} , b_{0p} , b_{1p} и b_{2p} соответственно (все они образуют массивы размерности P или больше); M — число рекурсивных членов фильтра; NPO — число точек на выходе, нужное для исследуемой передаточной функции; T — интервал выборки в секундах; $FREQ$ — таблица частот, в которых необходимо вычислить передаточную функцию (все частоты измеряются в Гц, массив $FREQ$ может иметь размерность NPO или больше).

На выходе программы: ABZ — квадрат абсолютной величины передаточной функции в дБ (массив должен иметь размерность

NPO или больше); PHS—фаза в градусах (размерность NPO или больше).

```

SUBROUTINE TTRAN (A1,A2,B0,B1,B2,M,NPO,T,FREQ,ABZ,PHS)
DIMENSION A1(1),A2(1),B0(1),B1(1),B2(1),FREQ(1),ABZ(1),
1PHS(1)
FACT=6.2831853*T
IP=M-M/2
ADD=0.
PREV=0.
DO 10 I=1,NPO
FD=FREQ(I)*FACT
S1=SIN(FD)
C1=COS(FD)
A=2.*FD
S2=SIN(A)
C2=COS(A)
ABSA=1.
PHSA=0.
DO 5 J=1,IP
AR=B0(J)+B1(J)*C1+B2(J)*C2
AI=-B1(J)*S1-B2(J)*S2
ANM=AR**2+AI**2
PND=0.
IF (AI.NE.0..OR.AR.NE.0.) PND=ATAN2(AI,AR)
AR=1.+A1(J)*C1+A2(J)*C2
AI=-A1(J)*S1-A2(J)*S2
ABSA=ABSA*ANM/(AR**2+AI**2)
DUM=0.
IF (AI.NE.0..OR.AR.NE.0.) DUM=ATAN2(AI,AR)
5 PHSA=PHSA+PND-DUM
ABZ(I)=10.*ALOG10(ABSA+1.E-30)
ANG=PHSA*180./73.14159265
CUR=ANG+ADD
TEST=CUR-PREV
IF (ABS(TEST).LT.180.) GO TO 9
IF (TEST.LT.0.) GO TO 7
ADD=ADD-360.
CUR=CUR+360.
GO TO 9
7 ADD=ADD+360.
CUR=CUR-360.
9 PREV=CUR
PHS(I)=CUR
10 CONTINUE
RETURN
END

```

Рис. А.7. Программа вычисления передаточной функции цифрового фильтра в терминах коэффициента усиления в децибелах и фазы в градусах.

Предполагается, что фильтрация проводится за P шагов, где

$$P = \begin{cases} M/2, & \text{если } M \text{ — четное,} \\ (M+1)/2, & \text{если } M \text{ — нечетное.} \end{cases}$$

На p -м шаге фильтрации выполняется операция

$$y^{(p)}(i) = b_{0p}y^{(p-1)}(i) + b_{1p}y^{(p-1)}(i-1) + b_{2p}y^{(p-1)}(i-2) - a_{1p}y^{(p)}(i-1) - a_{2p}y^{(p)}(i-2), \quad p = 1, \dots, P.$$

Так же, как и в предыдущей программе, исходное значение на входе фильтра $x(i)$ обозначается $y^{(0)}(i)$ и $y(i)$. Последнее значение, получаемое на выходе фильтра, также обозначается $y^{(P)}(i)$.

Рассмотренная подпрограмма предназначена для нерекурсивных фильтров более общего вида, чем те, что фигурировали в описании программы LPSB. Чтобы найти передаточную функцию фильтра, коэффициенты которого получены при помощи LPSB, нужно использовать те же значения $A1$, $A2$, M и T , которые в ней использовались. Для величин $B0$, $B1$ и $B2$ проводятся следующие присваивания: для всех $I=1, \dots, P$

$$BZERO \rightarrow B0(I) \quad 0. \rightarrow B1(I) \quad 0. \rightarrow B2(I)$$

Отметим, что в LPSB величина BZERO—скаляр, а в программе TTRAN величины BZERO образуют массив.

А.7. ТЕСТ-ПРОГРАММА И РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРОК

Для проверки работы подпрограмм можно воспользоваться простой тест-программой, приведенной на рис. А.8. Она состоит из четырех частей.

Номер теста	Строки	Операции
1	4—21	Получение 10 000 псевдослучайных чисел при помощи программы TDRAND и вычисление по ним среднего и дисперсии
2	22—42	Получение симметричного импульса и вычисление значений его преобразования Фурье с последующим нанесением их на график
3	43—58	Вычисление и графическое изображение значений весовых коэффициентов низкочастотного пятиполосного фильтра Баттеруорта
4	59—69	Определение передаточной функции фильтра, веса которого получены на предыдущем шаге

Эта программа и подпрограммы записывались и опробовались на различных ЭВМ. При этом добавлялся язык управления заданиями, который здесь не приводится из-за его особенностей на опробованных ЭВМ. Как правило, этот язык на ЭВМ разных марок сильно различается, поэтому мы сочли нецелесообразным приводить соответствующие операторы. Заметим, что для распечатки используется блок IPRINT, который определен в программе как блок 5. Этот выбор на некоторых машинах следует подправить.

Результаты прогона тест-программы показаны на рис. А.9—А.11.

Из-за разного объема слов результаты на разных ЭВМ могут оказаться различными. Тем не менее они должны быть примерно такими же, как приведенные ниже.

```

DIMENSION A1(3),A2(3),B0(3),B1(3),B2(3),FREQ(101),X(101),Y(101)
DOUBLE PRECISION D,SUM,SUMS
DATA IPRINT /6/
WRITE (IPRINT,1000)
1000 FORMAT (13#ITEST CASE 1.,/,
*54#OCHECK OF STATISTICS OF THE FIRST 10,000 POINTS OUT OF,/,
*29# THE RANDOM NUMBER GENERATOR.)
SUM=0.00
SUMS=0.00
DO 10 I=1,10000
CALL TDRAND (A)
D=A-0.5
SUM=SUM+D
SUMS=SUMS+D*D
SUM=SUM/10000.00
SUMS=(SUMS-10000.00*SUM*SUM)/9999.00
A=1.00/SUMS
WRITE (IPRINT,1001) SUM,SUMS,A
1001 FORMAT (25#OMEAN           =,F12.6,/,
*25#OVARIANCE           =,F12.6,/,
*25#ORECIPROCAL OF VARIANCE =,F12.6)
DO 20 I=1,64
20 X(1)=0.
X(1)=1.
X(3)=1.
X(5)=1.
X(61)=1.
X(63)=1.
CALL FFTRAN (-1.,1.,X,5)
WRITE (IPRINT,1002)
1002 FORMAT (13#ITEST CASE 2.,/,
*47#OREAL PART OF THE FOURIER TRANSFORM OF A PULSE.)
CALL PRPLOT (X,17,0.,1.,2)
WRITE (IPRINT,1003)
1003 FORMAT (30#IMAGINARY PART OF THE FOURIER,/,
*24#H TRANSFORM OF THE PULSE.)
CALL PRPLOT (X(2),17,0.,1.,2)
CALL FFTRAN (1.,1.,X,5)
WRITE (IPRINT,1004)
1004 FORMAT (29#INVERSE FOURIER TRANSFORM OF,/,
*23#H THE TRANSFORMED PULSE.)
CALL PRPLOT (X,32,0.,1.,2)
WRITE (IPRINT,1005)
1005 FORMAT (13#ITEST CASE 3.,/,
*26#OFIVE POLE LOWPASS FILTER.,/,
*18#OFILTER WEIGHTS.,/,
*37#O I           A1           A2,
*15#H           B0,/)
T=0.005
BW=5.
M=5
CALL LPSB (M,T,BW,A1,A2,BZERO)
DO 30 I=1,3
B0(I)=BZERO
B1(I)=0.
B2(I)=0.
30 WRITE (IPRINT,1006) I,A1(I),A2(I)
1006 FORMAT (1# ,6,3F15.8)
DO 40 I=1,101
40 FREQ(I)=I-1
CALL TTRAN (A1,A2,B0,B1,B2,M,101,T,FREQ,X,Y)
WRITE (IPRINT,1007)
1007 FORMAT (30#IGAIN OF THE TRANSFER FUNCTION,/,
*21#H OF THE FILTER IN DB.)
CALL PRPLOT (X,101,0.,1.,1)
WRITE (IPRINT,1008)
1008 FORMAT (31#IPHASE OF THE TRANSFER FUNCTION,/,
*26#H OF THE FILTER IN DEGREES.)
CALL PRPLOT (Y,101,0.,1.,1)
STOP
END

```

Рис. А.8. Программа с четырьмя простыми тестовыми случаями для программ, часть 1. Внимание: члены в квадратных скобках форматов 1001 и 1005 перфорировать не надо. Они означают числа пробелов в длинных пустых промежутках.

TEST CASE 1.

CHECK OF STATISTICS OF THE FIRST 10,000 POINTS OUT OF THE RANDOM NUMBER GENERATOR.

MEAN = 0.000974

VARIANCE = 0.083891

RECIPROCAL OF VARIANCE = 11.920185

Рис. А.9. Результаты тестового случая для генератора псевдослучайных чисел.

TEST CASE 2.

REAL PART OF THE FOURIER TRANSFORM OF A PULSE.

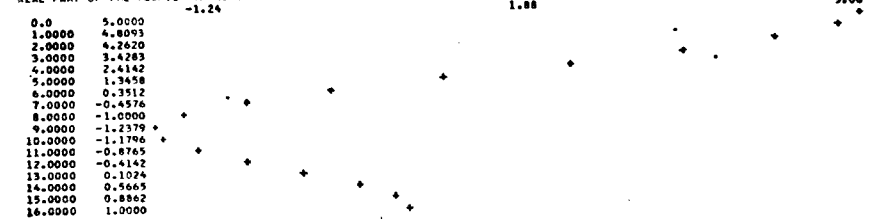


Рис. А.10а. Действительная часть преобразования импульса.

IMAGINARY PART OF THE FOURIER TRANSFORM OF THE PULSE.

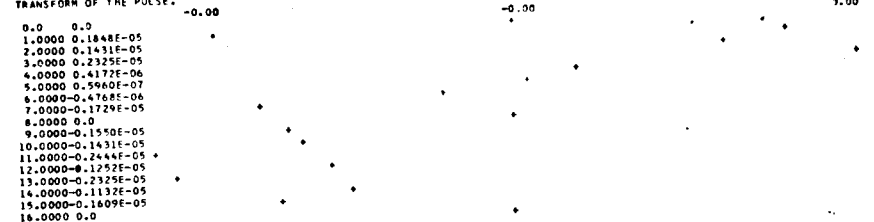


Рис. А.10б. Эта мнимая часть должна быть примерно нулем, как это и получилось. Приведенный график на разных машинах имеет неодинаковый вид.

INVERSE FOURIER TRANSFORM OF
THE TRANSFORMED PULSE.

0	0.50	-0.00	1.00
0.0000	1.0000		
1.0000	1.0000		
2.0000	1.0000		
3.0000	0.9900		
4.0000	0.9600		
5.0000	0.9100		
6.0000	0.8400		
7.0000	0.7500		
8.0000	0.6400		
9.0000	0.5100		
10.0000	0.3700		
11.0000	0.2200		
12.0000	0.0700		
13.0000	-0.0800		
14.0000	-0.2300		
15.0000	-0.3800		
16.0000	-0.5300		
17.0000	-0.6800		
18.0000	-0.8300		
19.0000	-0.9800		
20.0000	-1.1300		
21.0000	-1.2800		
22.0000	-1.4300		
23.0000	-1.5800		
24.0000	-1.7300		
25.0000	-1.8800		
26.0000	-2.0300		
27.0000	-2.1800		
28.0000	-2.3300		
29.0000	-2.4800		
30.0000	-2.6300		
31.0000	-2.7800		

Рис. А.10с. Вариант PRPLOT с пропусками, дающий только действительные части.

TEST CASE 3.

FIVE POLE LOWPASS FILTER.

FILTER WEIGHTS...

I	A1	A2	B0
1	-1.88388157	0.90733629	0.04194543
2	-1.75400639	0.77569389	0.04194543
3	-0.85491133	0.0	0.04194543

Рис. А.11а. Здесь параметры имеют следующие значения: $T=0.005$, $V=5$ Гц. Поэтому частоты получаются сразу в процентах частоты Найквиста.

GAIN OF THE TRANSFER FUNCTION
OF THE FILTER IN DB.

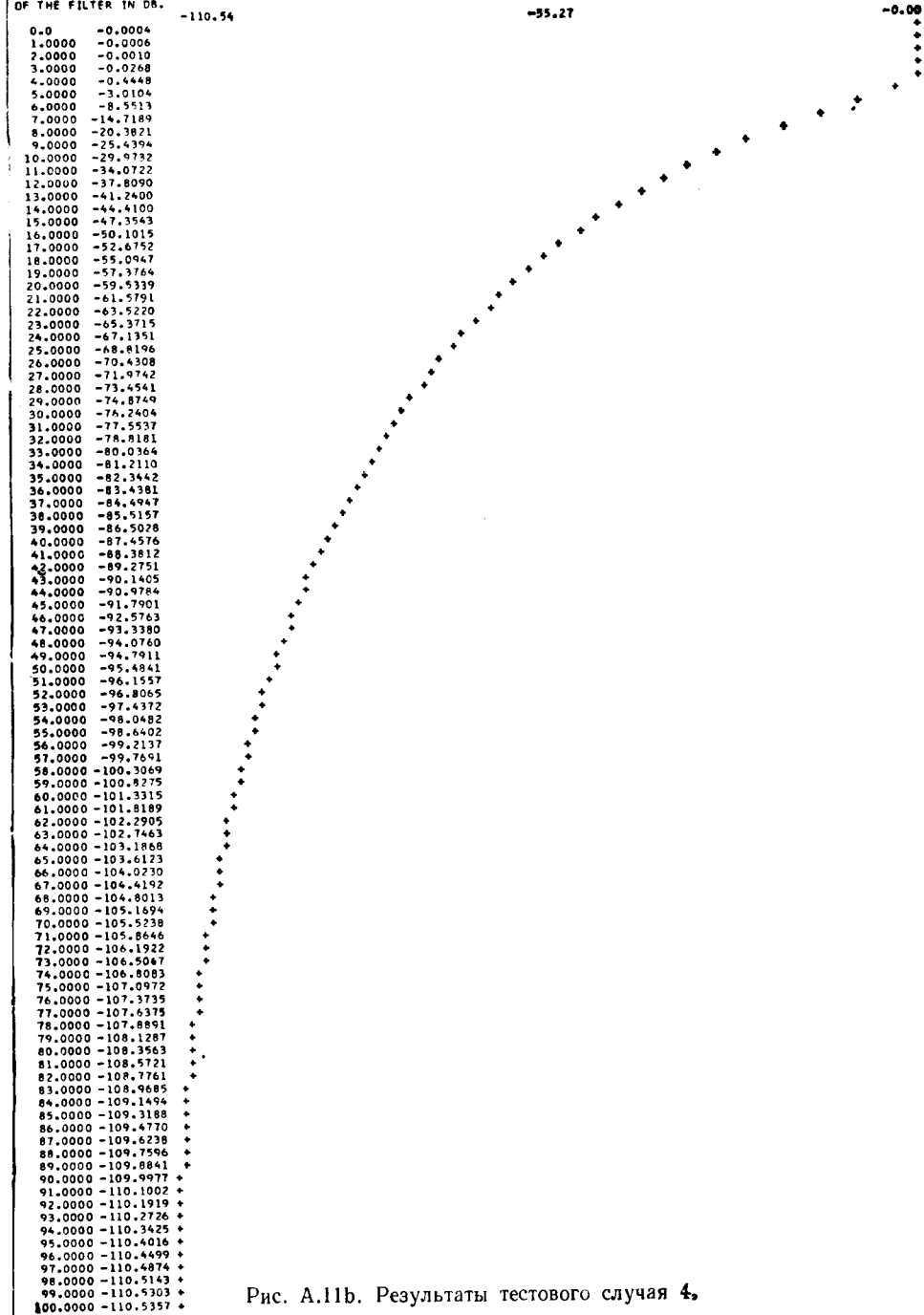


Рис. А.11б. Результаты тестового случая 4.

На рис. А.9 приведен результат прогона 1-го теста программы. Значения параметров, которые должны быть получены, равны 0., $1/12$ (0.83333...) и 12 соответственно. Как видно, результаты прогона хорошо согласуются с этим; отличия от ожидаемых величин легко объяснить статистической изменчивостью.

На рис. А.10а, А.10б, А.10с приведены результаты прогона теста 2. Цель этого теста — вычисление преобразования Фурье прямоугольного импульса. Общее число комплексных точек, использованных при этом, равнялось 32, причем

$$x(i) = \begin{cases} 1, & i = -2, -1, 0, 1, 2, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В запоминающем устройстве происходит следующая расстановка данных:

$$\begin{array}{cccccc} i & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ I & 61 & 63 & 1 & 3 & 5 \end{array}$$

Величина T выбирается равной 1. Поэтому, пользуясь симметрией и формулами из приложения В, получаем

$$X(k) = \sum_{i=-2}^2 e^{-j\frac{2\pi ik}{32}} = \sum_{i=-2}^2 \cos\left(\frac{\pi ik}{16}\right) = \sin\left(\frac{5\pi k}{32}\right) / \sin\left(\frac{\pi k}{32}\right).$$

Как и в тесте, возьмем $k=8$:

$$X(8) = \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) / \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1.$$

На рис. А.10а приведены значения $\text{Re}[X(k)]$; величина $X(8)$ равна -1 . Можно проверить и другие значения.

В силу того что для преобразования выбиралась симметричная функция, значения $\text{Im}[X(f)]$ должны быть равными нулю. Однако из-за ошибок округления, возникающих при выполнении операций в арифметике с плавающей точкой, полученные значения в точности нулю не равны. Это видно из рис. А.10б, на котором приводится график величин $\text{Im}[X(f)]$. Часть значений на нем равна нулю, а остальные имеют ничтожно малые по сравнению с 5, максимальным значением $\text{Re}[X(f)]$, величины. Итак, на рис. А.10б изображен график ошибки округления. На других ЭВМ он должен иметь другой вид, поскольку совпадение таких графиков — очень маловероятное событие.

Результаты вычисления обратного преобразования Фурье и график полученных значений показаны на рис. А.10с. Поскольку выбран вариант PRPLOT с пропусками, изображаются только действительные части временной последовательности.

На рис. А.11а приведены результаты теста 3, в котором требуется получить весовые коэффициенты пятиполосного низко-

полосного фильтра с точкой отсечки 5% частоты Найквиста (в данном случае 5 Гц). Заметим, что коэффициент a_{23} равен нулю, что и следовало ожидать для пятиполосного фильтра.

На рис. А.11б приведен график результатов для передаточной функции, полученных применением подпрограммы TTRAN к фильтру, определенному выше. Здесь изображен только коэффициент усиления этой передаточной функции в дБ. Отметим, что в точке 5 Гц передаточная функция равна -3.0103 дБ, как и следовало ожидать.

Приложение В

ПРОЦЕДУРА БЛЭКМЕНА — ТЬЮКИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОТНОСТЕЙ СПЕКТРА МОЩНОСТИ

В.1. ВВЕДЕНИЕ

На возможность вычисления плотностей спектра мощности через ковариационные функции впервые указали Винер и Хинчин. В виде практической цифровой процедуры эта возможность была реализована позднее Блэкменом и Тьюки (1958). Их книга внесла весомый вклад в развитие методов анализа временных рядов.

Хотя теперь этот метод в значительной мере вытеснен методами БПФ, представляется разумным рассмотреть соответствующий алгоритм, чтобы понять связанные с ним проблемы.

Сначала определим автоковариационную функцию для функции $x(t)$ формулой

$$s_{xx}(\tau) = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{1}{2P} \int_{-P}^P x(t) x(t+\tau) dt.$$

Предполагается, что функция $x(t)$ имеет нулевое среднее.

В этом случае плотность спектра мощности $S_{xx}(f)$ имеет вид

$$\begin{aligned} S_{xx}(f) &= \lim_{P \rightarrow \infty} \int_{-P}^P s_{xx}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau = \\ &= \lim_{P \rightarrow \infty} \int_{-P}^P s_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau = \\ &= \lim_{P \rightarrow \infty} 2 \int_0^P s_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Два последних перехода в цепочке равенств возможны в силу симметричности функции $s(\tau)$.

В реальных ситуациях пределы интегрирования конечны, так как данные не могут собираться бесконечно. Таким образом, справедливы формулы

$$\begin{aligned} \hat{s}_{xx}(\tau) &= \frac{1}{2P'} \int_{-P'}^{P'} x(t) x(t+\tau) dt, \quad -P \leq \tau \leq P, \\ \hat{S}_{xx}(f) &= \int_{-P}^P s_x(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau, \end{aligned}$$

где крышечка указывает на ограниченность времени выборки; длина $2P'$ исходного ряда данных должна быть больше, чем длина $2P$ автоковариации, используемая в вычислениях.

Если величина P' достаточна для того, чтобы функция $\hat{s}_{xx}(\tau)$ служила хорошей оценкой величины $s_{xx}(\tau)$, то выборочный спектр можно записать в следующем виде:

$$\hat{S}_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) s_{xx}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau,$$

где

$$v(\tau) = \begin{cases} 1, & -P \leq \tau < P, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Последняя функция $v(\tau)$ имеет такой же вид, что и прямоугольный импульс $u(t)$, введенный в гл. 1. Имеется, правда, одно существенное различие: ширина носителя функции $v(\tau)$ вдвое больше, чем у функции $u(t)$. Поэтому преобразование Фурье $V(f)$ функции $v(\tau)$ имеет вид

$$V(f) = \frac{2 \sin(2\pi fP)}{2\pi f}.$$

Следовательно, при том же значении P функция $V(f)$ будет вдвое выше, чем функция $U(f)$, а ширина главного всплеска $V(f)$ — вдвое уже.

Наблюдаемые значения ПСМ представляют собой значения свертки функций $S_x(f)$ и $V(f)$:

$$\hat{S}_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\eta) V(f-\eta) d\eta.$$

Заметим, что в этом выражении функция $V(f)$ не возведена в квадрат. Поскольку эта функция может принимать и отрицательные значения при некоторых значениях f , в ряде случаев могут получиться отрицательные мощности.

В качестве примера рассмотрим синусоиду

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi).$$

Как было установлено ранее, автоковариационная функция в этом случае имеет вид

$$s_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_0 \tau),$$

а спектр мощности определяется формулой

$$S_{xx}(f) = \frac{A^2}{4} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)].$$

Чтобы смоделировать вычисление величин $\hat{S}_{xx}(f)$, предположим, что вместо значений $\hat{s}_{xx}(\tau)$ используются значения $s_{xx}(\tau)$, причем функция $\hat{S}_{xx}(f)$ вычисляется на конечном интервале $(-P, P)$:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{xx}(f) &= \int_{-P}^P S_{xx}(\eta) V(f-\eta) d\eta = \\ &= \int_{-P}^P \frac{A^2}{4} [\delta(\eta-f_0) + \delta(\eta+f_0)] \frac{2 \sin(2\pi(f-\eta)P)}{2\pi(f-\eta)P} d\eta = \\ &= \frac{A^2}{4} \left\{ \frac{2 \sin[2\pi(f-f_0)P]}{2\pi(f-f_0)P} + \frac{2 \sin[2\pi(f+f_0)P]}{2\pi(f+f_0)P} \right\}.\end{aligned}$$

Исходная ПСМ $S_{xx}(f)$ состояла из двух дельта-функций, расположенных в частотах $\pm f_0$ Гц. Наблюдаемая ПСМ представляет собой сумму двух функций вида $(\sin x)/x$, максимальные значения которых располагаются в частотах $\pm f_0$ Гц. В пределе при $P \rightarrow \infty$ эти функции дают две дельта-функции.

При конечных значениях P наблюдается заметное размывание или *размывание* ПСМ. Наблюдаемый уход мощности с того места, где ей полагалось быть (в данном случае в частотах $\pm f_0$ Гц), называется *утечкой*.

Для уменьшения этой утечки можно подобрать *окно* $v(\tau)$ или применить его частотный аналог. Существует целый ряд окон, которые вместе с уменьшением утечки решают и ряд других проблем, связанных с ней.

В.2. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА ЭВМ

В этом параграфе собраны все формулы, используемые при вычислении ПСМ.

1. Допустим, что последовательность $x(i)$ состоит из N величин, имеющих нулевое среднее. Если среднее не равно нулю, то сначала его вычисляют и вычитают из всех значений данных. Этот шаг может включать в себя удаление субгармонических членов.

2. Для $(m+1)$ значений индекса i вычисляются значения автоковариационной функции

$$s_{xx}(i) = \frac{1}{N-i-1} \sum_{p=0}^{N-i-1} x(p)x(p+i), \quad i=0, \dots, m.$$

3. Выбирается окно. Возможными кандидатами здесь служат:

а) окно Хеннинга

$$v_m^{(1)}(i) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi i}{m} \right),$$

б) окно Хемминга

$$v_m^{(2)}(i) = 0.54 + 0.46 \cos \frac{\pi i}{m},$$

с) окно Парзена

$$v_m^{(3)}(i) = \begin{cases} \left(1 - 6 \frac{i}{m}\right)^2 \left(1 - \frac{i}{m}\right) & \text{при } i < \frac{m}{2}, \\ 2 \left(1 - \frac{i}{m}\right)^3 & \text{при } i > \frac{m}{2}. \end{cases}$$

После применения одного из них к корреляции получают новую корреляцию $\tilde{s}_x(i)$:

$$\tilde{s}_x(i) = s_x(i) v_m^{(l)}(i).$$

4. Значения ПСМ для различных частот вычисляются посредством интегрирования методом трапеции:

$$\hat{S}_{xx}(f) = T \left(\tilde{s}_x(0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{s}_x(i) \cos(2\pi f iT) + \tilde{s}_x(m) \cos(2\pi f mT) \right).$$

В качестве «стандартного» набора частот можно рассматривать

$$f_k = \frac{k}{2mT} \quad \text{для } k=0, 1, \dots, m.$$

Для него получаются $(m+1)$ равноотстоящих перекрывающихся оценок ПСМ. Предыдущую формулу можно переписать в виде ($k=0, 1, \dots, m$)

$$\hat{S}_{xy}(k) = T \left(\tilde{S}_x(0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{S}_x(i) \cos \frac{\pi i k}{m} + \tilde{S}_x(m) \cos(\pi i) \right).$$

До шага 2 можно провести любое приведение к белому шуму, а после шага 4 — соответствующее раскрашивание.

Если ПСМ вычисляется во всех частотах $k/(2mT)$, $k=0, 1, \dots, m$, то порядок вычислений можно изменить. Шаг 3 приведенной последовательности действий можно выбросить, а в конце добавить один новый шаг, на котором для ПСМ вычисляются взвешенные суммы вида

$$S_x(k) = \begin{cases} D_0 \tilde{G}_{x(k-1)} + D_1 \tilde{G}_{xk} + D_0 \tilde{G}_{x(k+1)} & \text{при } k \neq 0, m, \\ D_1 \tilde{G}_{x0} + 2D_0 \tilde{G}_{x1} & \text{при } k=0, \\ D_1 \tilde{G}_{xm} + 2D_0 \tilde{G}_{x(m-1)} & \text{при } k=m. \end{cases}$$

Здесь коэффициенты D_0 и D_1 определяются формулами

$$D_0 = \begin{cases} 1/2 & \text{(Хеннинг)}, \\ 0.54 & \text{(Хемминг)}, \end{cases} \quad D_1 = \begin{cases} 1/4 & \text{(Хеннинг)}, \\ 0.23 & \text{(Хемминг)}. \end{cases}$$

Как выяснилось, никакой реальной выгоды такое использование окна запаздывания не принесит. Время, необходимое для вычислений автокорреляции и преобразования Фурье, оказывается по сравнению с временем применения окна смещения значительно большим. Этот вариант включен сюда только потому, что читатель, вероятно, уже сталкивался с ним в обзорах методов вычислений, составляемых некоторыми организациями.

На шаге 4, который, по существу, представляет собой вычисление косинус-преобразования Фурье, можно воспользоваться приемами вычисления БПФ, рассмотренными в гл. 6. Однако при малом числе запаздываний обращение к сложному методу БПФ может и не принести выгоды. Кроме того, при использовании БПФ может оказаться, что нужный шаг частот недостижим. Если метод БПФ использовать нельзя, ему на смену выбирают один из нескольких рекурсивных методов \sin/\cos -вычислений, снижающих стоимость вычислений.

Здесь следует воспользоваться рекурсивным методом, описанным в § 4.3. Он основан на соотношении $c_i = hc_{i-1} - c_{i-2}$, где $h = 2 \cos(2\pi T f_0)$. С его помощью можно получить и синус, и косинус в зависимости от того, что служит начальными значениями. В частности, при $c_0 = 1$ и $c_{-1} = \cos(2\pi T f_0)$ вырабатывается косинус, при $c_0 = 0$ и $c_{-1} = -\sin(2\pi T f_0)$ вырабатывается синус.

В.3. ПРОЦЕДУРА ПОЛУЧЕНИЯ КРОСС-СПЕКТРА

Последнее, на чем мы остановимся в этом приложении, — это вычисление плотности кросс-спектра (ПКС). Что касается подхода, основанного на применении окна запаздывания, то для него остаются в силе все соображения, высказанные для ПСМ, поэтому будут рассмотрены только определения и схема процедуры вычисления. В непрерывном случае кросс-ковариационная функция определяется формулой

$$s_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)].$$

Временное осреднение можно записать в виде

$$s_{xy}(\tau) = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{1}{2P} \int_{-P}^P x(t)y(t+\tau) dt.$$

Плотность кросс-спектра есть преобразование Фурье последнего выражения:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{xy}(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau.$$

Значения ПКС можно записать в виде суммы действительной и мнимой частей: $S_{xy}(f) = C_{xy}(f) + jQ_{xy}(f)$. Здесь C_{xy} — функция, которая называется *коспектральной плотностью* или *коспектром*, а Q_{xy} называется *плотностью квадратурного спектра* или *квадратурным спектром*. Эти функции определяются формулами

$$C_{xy}(f) = \int_0^{\infty} [s_{xy}(\tau) + s_{xy}(-\tau)] \cos(2\pi f\tau) d\tau,$$

$$Q_{xy}(f) = \int_0^{\infty} [s_{xy}(\tau) - s_{xy}(-\tau)] \sin(2\pi f\tau) d\tau.$$

Процедура вычислений выглядит в основном так же, как и для ПСМ.

1. Предполагается, что последовательности $x(i)$ и $y(i)$ имеют нулевые средние и состоят из N точек каждая. Если средние не равны нулю, то вычисляются средние этих последовательностей, которые затем вычитаются из соответствующих рядов данных.

2. Для $(m+1)$ значений индекса i вычисляются значения выборочных ковариационных функций ($i = 0, 1, \dots, m$)

$$\hat{s}_{xy}(i) = \frac{1}{N-i-1} \sum_{p=0}^{N-i-1} x(p)y(p+i),$$

$$\hat{s}_{yx}(i) = \frac{1}{N-i-1} \sum_{p=0}^{N-i-1} x(p+i)y(p).$$

3. Как и выше, выбирается подходящее окно запаздываний и вычисляются новые ковариационные функции ($i = 0, 1, \dots, m$)

$$\tilde{s}_{xy}(i) = v_m^{(i)}(i) \hat{s}_{xy}(i), \quad \tilde{s}_{yx}(i) = v_m^{(i)}(i) \hat{s}_{yx}(i).$$

4. По ним вычисляются промежуточные значения $A_{xy}(i)$ и $B_{xy}(i)$ ($i = 0, 1, \dots, m$):

$$A_{xy}(i) = \tilde{s}_{xy}(i) + \tilde{s}_{yx}(i), \quad B_{xy}(i) = \tilde{s}_{xy}(i) - \tilde{s}_{yx}(i).$$

5. Интегрированием по методу трапеции вычисляются для различных частот коспектр и квадратурный спектр:

$$\hat{C}_{xy}(f) = \frac{T}{2} \left[A_{xy}(0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} A_{xy}(i) \cos(2\pi fiT) + A_{xy}(m) \cos(2\pi fmT) \right],$$

$$\hat{Q}_{xy}(f) = \frac{T}{2} \left[B_{xy}(0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} B_{xy}(i) \sin(2\pi fiT) + B_{xy}(m) \sin(2\pi fmT) \right].$$

Как и в случае ПСМ, может использоваться стандартный набор значений частот

$$f_k = \frac{k}{2mT}, \text{ где } k = 0, 1, \dots, m.$$

6. По полученным значениям $\hat{C}_{xy}(f)$ и $\hat{Q}_{xy}(f)$ можно осуществить вывод целого ряда различных характеристик. Обычно вычисляются следующие дополнительные параметры.

а) Абсолютное значение ПКС

$$|\hat{S}_{xy}(f)| = \sqrt{\hat{C}_{xy}^2(f) + \hat{Q}_{xy}^2(f)}.$$

б) Фазовый угол ПКС (в градусах)

$$\hat{\varphi}(f) = \frac{360}{2\pi} \arctg \left[\frac{\hat{Q}_{xy}(f)}{\hat{C}_{xy}(f)} \right].$$

Заметим, что нужный квадрант всегда известен, поэтому диапазон значений $\hat{\varphi}$ составляет 360° . Чаще всего используется диапазон от -180° до $+180^\circ$. Чтобы правильно определять нужный квадрант, используется проверка по знакам \hat{Q}_{xy} и \hat{C}_{xy} . Во многих программах, предусматривающих вычисление арктангенсов, этому вопросу специально уделяется внимание.

в) Передаточная функция между x и y

$$\hat{H}(f) = \frac{\hat{C}_{xy}(f) + j\hat{Q}_{xy}(f)}{\hat{G}_{xx}(f)}.$$

Она обычно вычисляется в терминах модуля и фазового угла. Модуль определяется формулой

$$|\hat{H}(f)| = \sqrt{\frac{\hat{C}_{xy}^2(f) + \hat{Q}_{xy}^2(f)}{\hat{G}_{xx}^2(f)}}.$$

Фазовый угол вычисляется по той же формуле, что и для ПКС.

В.4. ЗАМЕЧАНИЯ

При вычислении ПСМ и последующем их изучении необходимо иметь в виду следующее.

1. Вместо $S_x(k)$ обычно получают величину $G_x(k)$, которая носит название «односторонняя ПСМ» и определяется формулой

$$G_x(k) = \begin{cases} 2S_x(k) & \text{при } k \geq 0, \\ 0 & \text{при } k < 0. \end{cases}$$

2. Спектральные оценки, разделенные интервалом $f_k = k/(2mT)$, накладываются одна на другую. Поэтому необходимо учесть следующее:

а) если для определения дисперсии интегрируется ПСМ, то результат должен быть поделен на 2, иначе результат окажется вдвое большим, чем он должен быть;

б) кругового эффекта в отличие от метода БПФ, применяемого без добавления нулей, не происходит; обратное преобразование, примененное к $S_x(k)$, даст точно $s_x(i)$ (если не учитывать ошибок округления).

3. Число степеней свободы для каждой спектральной оценки в случае белого шума равно $d = 2N/m$. Через bP эту величину можно записать так: $d = 2bP$ (здесь $b = 1/(mT)$ и $P = NT$).

4. Рассмотренный метод получения ПСМ «сохраняет энергию», в то время как метод преобразования Фурье таким свойством не обладает. Полную энергию несет член $s_x(0)$, который есть не что иное, как дисперсия. Все сглаживающие окна равны в точке $\tau = 0$ единице, поэтому применение окон не меняет энергии, содержащейся в ПСМ. Это не всегда имеет место при вычислении плотностей спектра мощности посредством процедуры быстрого преобразования Фурье, в которых также применяется сглаживание.

- Абрамовиц, Стиган (Abramowitz M., Stegun I. A.)
Справочник по специальным функциям. Пер. с англ.—М.: Наука, 1979.
- Акайк (Akaike H.)
Undamped Oscillation of the Sample Autocovariance Function and the Effect of Prewhitening Operation, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 13, pp. 127—144, 1962.
On the Statistical Estimation of the Frequency Response Function of a System Having Multiple Input, *Annals of the Institute Statistical Mathematics*, Vol. 17, No. 2, 1965.
- * Андерсон (Anderson T.)
Введение в многомерный статистический анализ. Пер. с англ.—М.: Физматгиз, 1963.
- * Ахо, Хопкрофт, Ульман (Aho A. V., Hopcroft J. E., Ullman J. D.)
Построение и анализ вычислительных алгоритмов. Пер. с англ.—М.: Мир, 1979.
- Балакришнан (Balakrishnan A. V.)
On the Problem of Time Jitter in Sampling, *IRE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-8, No. 3, pp. 226—236, April 1962.
- Баттеруорт (Butterworth S.)
On the Theory of Filter Amplifiers, *Experimental Wireless*, Vol. 7, pp. 536—541, Oct. 1930.
- Бендат, Пирсол (Bendat J. S., Piersol A. G.)
Измерение и анализ случайных процессов. Пер. с англ.—М.: Мир, 1971.
- Бенинус (Benignus V. A.)
Estimation of the Coherence Spectrum and Its Confidence Interval Using the Fast Fourier Transform, *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, Vol. AU-17, No. 2, 1969.
- Бингхэм Годфри, Тьюки (Bingham C., Godfrey M. D., Tukey J. W.)
Modern Techniques of Power Spectrum Estimation, *IEEE Transaction on Audio and Electroacoustics*, Vol. AU-15, No. 2, pp. 56—66, 1967.
- Блэкмен, Тьюки (Blackman R. B., Tukey J. W.)
The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering, Dover, New York, 1958.

¹⁾ Знаком * отмечены работы, добавленные при переводе.—Прим. перев.

- * Большев Л. Н., Смирнов Н. В.
Таблицы математической статистики.—М.: Наука, 1965.
- * Бриллинджер (Brillinger D. R.)
Временные ряды. Обработка данных и теория. Пер. с англ.—М.: Мир, 1980.
- Брэйсуэлл (Bracewell R. M.)
The Fourier Transform and Its Applications, McGraw-Hill, New York, 1965.
- Винер (Wiener N.)
Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series, MIT Press, Cambridge, Mass., 1949.
* Интеграл Фурье и некоторые его приложения. Пер. с англ.—М.: Физматгиз, 1963.
- Габор (Gabor D.)
Theory of Communication, *Journal IEEF (London)*, Vol. 93, Part 3, No. 26, 1946.
- Гийеман (Guilleman E. A.)
Synthesis of Passive Networks, Wiley, New York, 1957.
- Грэй, Мэркел (Gray A. H., Jr., Markel J. D.)
Digital Lattice and Ladder Filter Synthesis, *IEEE Transaction on Audio and Electroacoustics*, Dec. 1973.
A Spectral-Flatness Measure for Studying the Autocorrelation Method of Linear Speech Analysis, *IEEE Transactions on Speech Acoustics and Signal Processing*, pp. 207—271, 1974.
- Гудмэн (Goodman N. R.)
Measurement of Matrix Frequency Response Functions and Multiple Coherence Functions, AFFDL TR-65-56, Research and Technology Division, AFSC, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, Feb. 1965.
- Джексон (Jackson L. B.)
Roundoff Noise Analysis for Fixed Point Digital Filters Realized in Cascade or Parallel Form, *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, June 1970.
- Дженкинс, Ваттс (Jenkins G. M., Watts D. G.)
Спектральный анализ и его приложения, вып. 1, 2. Пер. с англ.—М.: Мир, 1971—1972.
- Джентльмен, Сэнд (Gentlemen W. M., Sande G.)
Fast Fourier Transforms for Fun and Profit, *AFIPS Conference Proceedings*, Vol. 29, 563—578, 1966.
- Джури (Jury E. I.)
A Stability Test for Linear Discrete Systems Using a Simple Division, *Proceedings of the IRE*, Dec. 1961.
- Джури, Блэнчард (Jury E. I., Blanchard J.)
A Stability Test for Linear Discrete Systems in Table Form, *Proceedings of the IRE*, Dec. 1961.
- Диксон, Мэсси (Dixon W. G., Massey F. J.)
Introduction to Statistical Analysis, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1969.
- Дим, Маккин (Dym H., McKean H. P.)
Fourier Series and Integrals, Academic Press, New York, 1972.
- Жюльен, Сид-Ахмед (Jullien G. A., Sid-Ahmed M. A.)
A Computer Program for Filter Design Having Arbitrary Magnitude Speci-

- fications in the Frequency Domain, International Journal of Numerical Methods (Great Britain), Vol. 6, No. 2, pp. 275—285, 1973.
- Кайзер (Kaiser J. F.)
Design Methods for Sampled Data Filters (Z-transform), Proceedings of the First Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory, Nov. 1963.
- Картер (Carter G. C.)
Estimation of the Magnitude-Squared Coherence Function, Naval Undersea Systems Center Report 4343, May 19, 1972.
- Келли, Эноксон, Рондинелли (Kelly R. D., Enochson L. D., Rondinelli L. A.)
Techniques and Errors in Measuring Cross-Correlation and Cross-Spectral Density Functions, NASA CR-74505, Feb. 1966.
- Кендалл, Стюарт (Kendall M. G., Stuart A. G.)
Статистические выводы и связи. Пер. с англ. — М.: Наука, 1973.
- Кеннеди, Сэффорд (Kennedy J. E., Safford F. B.)
The Use of Vibration/Impedance Measurements to Predict Blast Induced Structural Vibrations, Fourth International Symposium on Military Applications of Blast Simulation, Atomic Weapon Research Establishment, Foulness, England, Sept. 1974.
- Кливленд, Парзен (Cleveland W. S., Parzen E.)
Estimation of Coherence, Frequency Response, and Envelope Delay, Technometrics, May 1975.
- * Колмогоров А. Н., Фомин С. В.
Элементы теории функций и функционального анализа. 4-е изд. перераб. — М.: Наука, 1976.
- Крамер (Cramer H.)
Математические методы статистики. Пер. с англ. — М.: Мир, 1975.
- Кули, Тьюки (Cooley J. W., Tukey J. W.)
An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Mathematics of Computation, Vol. 19, p. 297, 1965.
- Купмэнс (Koopmans L. H.)
The Spectral Analysis of Time Series, Academic Press, New York, 1974.
- Ланцош (Lanczos C.)
Практические методы прикладного анализа. Пер. с англ. — М.: Физматгиз, 1961.
- Лонгли (Longley J. W.)
An Appraisal of Least Squares Computer Programs for the Electronic Computer from the Point of View of the User, JASA, Vol. 62, pp. 819—841, 1967.
- Лью (под ред.) (Liu B., Ed.)
Digital Filters and the Fast Fourier Transform, Dowden, Hutchinson, and Ross, Stroudsburg, PA., 1975.
- Мак-Клеллан, Паркс, Рабинер (McClellan J. H., Parks T. W., Rabiner L. R.)
A Computer Program for Designing Optimum FIR Linear Filters, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Dec. 1973.
- Мак-Кован (McCowan D. W.)
Finite Fourier Transform Theory and Its Application to the Computation of Convolutions, Correlations, and Spectra, Research Department Technical Memorandum No. 8-66, Earth Sciences Division, Teledyne, Inc., Dec. 1966.

- Масри, Сэффорд (Masri S. F., Safford F. B.)
Dynamic Environment Simulation by Pulse Techniques, Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, EM1, 11923, Feb. 1976.
- Митра, Шервуд (Mitra S. K., Sherwood R. J.)
Digital Ladder Networks, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Feb. 1973.
- Мэгрэб, Бломквист (Magrab E. D., Blomquist D. S.)
The Measurement of Time-Varying Phenomena, Wiley, New York, 1971.
- Мэйнэрд (Maunard H. W.)
An Evaluation of Ten Fast Fourier Transfer Programs, Army Electronics Command, White Sands Missile Range, March 1973.
- Найквист (Nyquist H.)
Certain Factors Affecting Telegraph Speed, Bell Systems Journal, Vol. 3, April 1924.
- Норин, Слоун (Norin R., Sloane E.)
A New Algorithm for the Improving Digital Random Control System Speed and Accuracy, IES Proceedings, pp. 46—52, 1975.
- Оливер, Пирс, Шеннон (Oliver B. M., Pierce J. R., Shannon C. E.)
The Philosophy of PCM, Proceedings of IRE, Nov. 1948.
- Оппенгейм и др. (под ред.) (Oppenheim A. V. et al., Eds.)
Selected Papers in Digital Signal Processing, II, IEEE Press, New York, 1976.
- Ормсби (Ormsby J. F.)
Design of Numerical Filters with Applications to Missile Data Processing, Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 8, No. 3, July 1961.
- Отнес, Мак-Нейми (Otnes R. K., McNamee L. P.)
Instability Thresholds in Digital Filters Due to Coefficient Rounding, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-18, pp. 456—463, 1970.
- Отнес, Нэтэнс, Эноксон (Otnes R. K., Nathans H. A., Enochson L.)
A Procedure for Computing Power Spectral Density of Gust Data, AFFDL-TR-69-11, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, March 1969.
- Отнес, Эноксон (Otnes R. K., Enochson L.)
Digital Time Series Analysis, Wiley-Interscience, New York, 1972.
- Пайк, Хилл (Pike M. C., Hill J. D.)
Algorithm 266, Pseudo Random Numbers (65), Collected Algorithms from SACM, July 1965.
- Парзен (Parzen E.)
Mathematical Considerations in the Estimation of Spectra, Technometrics, Vol. 3, pp. 167—190, 1961.
- Паркс, Мак-Клеллан (Parks T. W., McClellan J. H.)
A Program for the Design of Linear Phase Finite Impulse Response Digital Filters, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Aug. 1972.
- Поттер (Potter R. W.)
Compilation of Time Windows and Time Shapes for Fourier Analysis, 02-5952-0705, Hewlett-Packard, 1971.
- Рабинер, Гоулд (Rabiner L. R., Gold B.)
Теория и применение цифровой обработки сигналов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1978.

- Рабинер, Рейдер (под ред.) (Rabiner L. R., Rader C. M., Eds.)
Digital Signal Processing, IEEE Press, New York, 1972.
- Синглтон (Singleton R. C.)
A Method for Computing the Fast Fourier Transform with Auxiliary Memory and Limited High-Speed Storage, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15, No. 2, June 1967.
An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-17, No. 2, June 1969.
- Слоун (Sloane E. A.)
Comparison of Linearly and Quadratically Modified Spectral Estimates of Gaussian Signals, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-17, No. 2, 1969.
- Стейглиц (Steiglitz K.)
An Introduction to Discrete Systems, Wiley, New York, 1974.
- Стокхэм (Stockham T. G.)
High Speed Convolution and Correlation, AFIPS Conference Proceedings, Vol. 28, pp. 229—233, 1966.
- Стоурер (Storer J. E.)
Passive Network Synthesis, McGraw-Hill, New York, 1957.
- Су (Hsu H. P.)
Fourier Analysis, rev. ed., Simon and Schuster, New York, 1970.
- Сэнд (Sande G.)
On an Alternative Method for Calculating Covariance Functions, Princeton Computer Memorandum, Princeton, N. J., 1965.
- Тейлхеймер (Theilheimer F.)
A Matrix Version of the Fast Fourier Transform, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-17, No. 2, 1969.
- Уомплер (Wampler R. N.)
On the Accuracy of Least Squares Computer Programs, JASA, Vol. 65, p. 549, June 1970.
- Уэйнреб (Weinreb S.)
A Digital Spectral Analysis Technique and Its Application to Radio Astronomy, MIT Research Laboratory of Electronics, Technical Report 412, Aug. 1963.
- Флетчер, Пауэлл (Fletcher R., Powell M. J. D.)
A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization, Computer Journal, Vol. 6, No. 2, 1963.
- Форсайт, Молер (Forsythe G., Moler C.)
Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Пер. с англ. — М.: Мир, 1969.
- Фрэйзер (Fraser D. A. S.)
Statistics: An Introduction, Wiley, New York, 1958.
- Хастингс (Hastings C.)
Approximations for Digital Computers, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1955.
- Хинич (Hinich M.)
Estimation of Spectra after Hard Clipping of Gaussian Processes, Technometrics, Vol. 9, p. 391, 1967.

- Хольц (Holtz H.)
The Synthesis of Linear Recursive Digital Filters Optimal in a Minimax Sense, Seventh Asilomar Conference on Circuits, Systems, and Computers, Pacific Grove, Calif., pp. 513—517, Nov. 1973.
- * Шабат Б. В.
Введение в комплексный анализ. Ч. 1, 2. 2-е изд. перераб. и доп.—М.: Наука, 1976.
- Шатцов, Файнберг, Цзаэ (Schatzoff M., Fienberg M., Tsao S.)
Efficient Calculation of All Possible Regressions, Technometrics, Vol. 9, pp. 531—540, 1968.
- Шмид (Schmid L. P.)
Efficient Autocorrelation, Communications of the ACM, Vol. 8, p. 115, 1965.
- Шеннон (Shannon C. E.)
Связь в присутствии шума.—В кн.: Работы по теории информации и кибернетике.—М.: ИЛ, 1963, с. 433—460.
- Шэфер, Рабинер (Schafer R. W., Rabiner L. R.)
A Digital Signal Processing Approach to Interpolation, Proceedings of the IEEE, Vol. 61, No. 6, June 1973.
- Эноксон, Гудман (Enochson L. D., Goodman N. R.)
Gaussian Approximations to the Distribution of Sample Coherence, AFFDL TR-65-57, Research and Technology Division, AFSC, Wright—Patterson Air Force Base, Ohio, Feb. 1965.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

a_{1p} — первый рекурсивный весовой коэффициент фильтра в каскадной реализации
 a_{2p} — второй рекурсивный весовой коэффициент фильтра в каскадной реализации
 b — шаг в области частот ($= 1/(NT)$)
 b_0 — общий нерекурсивный постоянный множитель
 b_{0p} — первый нерекурсивный весовой коэффициент фильтра в каскадной реализации
 b_{1p} — второй нерекурсивный весовой коэффициент фильтра в каскадной реализации
 b_{2p} — третий нерекурсивный весовой коэффициент фильтра в каскадной реализации
 B — ширина полосы сигнала
 B_e — эффективная разрешающая полоса при вычислениях ПСМ
 $c(i)$ — свертка
 e — 2.7182818 ...
 $\exp(x) = e^x$
 f — частота
 F — частота Найквиста
 $h(i)$ — импульсная функция отклика
 $H(k)$ — преобразование Фурье функции $h(i)$ (передаточная функция)
 i — временной индекс; величина запаздывания
 $\text{Im} []$ — мнимая часть числа, заключенного в скобки
 $j = \sqrt{-1}$

k — индекс для области частот
 N — число данных в выборке
 n — число степеней свободы
 p — индекс
 P — полное время выборки; длина ряда ($= NT$)
 q — индекс
 $r(i)$ — корреляция
 $\text{Re} []$ — действительная часть числа, заключенного в скобки
 $s_{xx}(i)$ — ковариационная функция или сигнал
 S — скорость выборки (квантования) ($= 1/T$)
 $S_{xx}(k)$ — спектр мощности ряда $x(i)$ в частоте $k/(NT)$
 t — время (непрерывное)
 T — интервал, с которым производится выборка, т. е. интервал квантования
 $u(t)$ — прямоугольный импульс длины P
 $U(f)$ — преобразование Фурье функции $u(t)$, равное $(\sin(\pi f P))/(\pi f)$
 $W_N = \exp(-j2\pi/N)$
 $x(i)$ — временной ряд (обычно вход системы)
 $X(k)$ — преобразование Фурье ряда $x(i)$
 $y(i)$ — временной ряд (обычно выход системы)
 $Y(k)$ — преобразование Фурье ряда $y(i)$
 $z(i)$ — временной ряд (иногда комплексный)
 $Z(k)$ — преобразование Фурье ряда $z(i)$
 α — весовой коэффициент фильтра первого порядка
 β — коэффициент регрессии
 τ — временная задержка (запаздывание)
 η — переменная интегрирования
 φ — фазовый угол; вероятностная функция плотности
 Φ — функция распределения
 σ — стандартное отклонение
 ζ — коэффициент затухания цифрового фильтра

Σ — знак суммы

$\pi = 3.14159265\dots$

Π — знак произведения

ω — частота в радианах

ω_n — собственная частота в радианах

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Автоковариация круговая (circular) 267
 Акселерометр, переходные данные 244
 Аналогии между понятиями математической статистики и частотными функциями 293, 331, 342
 Антипереполнение (underflow) 57
 Аргумент 205
 Асимметрия (skewness) 49
- Байт (byte) 82
 Бит (bit) 81
 Бортовой наклон 220, 221
- Величина абсолютная 10
 — выборочная 45
 — гауссовская, независимость 51
 — полученная линейным преобразованием из гауссовской 47
 — случайная 42
 — хи-квадрат 244
 — экстремальная 64
 — — тип пика 66
- Волна развернутой синусоиды 362
 — ударная 289
- Восьмеричная (octal) запись 83
 Временное запаздывание и фаза 338
 Выборка и фиксация 78
- Гауссовская модель, пример 48
 Гауссовское распределение *см.* Распределение гауссовское
 Гиббса (Gibbs) явление 309
 Гистерезис 77
 Гистограмма вероятностная 58
 — данных с неправдоподобными значениями 73
- Гистограмма срезанных данных 74
 Граф потока сигналов, децимация по времени 228
 — — — — — частотам 228
- Данные (data) выборочные 28
 — — периодичность рядов 35
 — кадр (frame) 80
 Датчик (transducer) 77
 дБ 383
 Двоично-десятичное кодирование (ДДК) 81
 Двоичное целое число 81
 Деление комплексных чисел 9
 Дельта-функция 12
 Демодуляция комплексная 194
 Децимация (decimation) 185
 — каскадная 188
 — обратная 191
 — по времени 219
 — — частотам 219
 — частных сумм 190
- Диапазон динамический 89
 Дисперсия 43
 — выборочная несмещенная 45
 — оценки 46
 — прогноза для систем с несколькими входами 348
 — смещение 45
- Длина записи (record length) 215
 — — для корреляции 280
 — — конечная 25
- Доверительная область для системы с одним входом 352
 Дрожание (jitter) 91

- Единица, корни 220
- Задержка (delay) максимальная 256
— по времени 256, 285, 338
- Запаздывание (lag) 256
— максимальное для корреляции 281
- Звук, скорость 286
- Значение среднеквадратичное 44, 53
— преобразования в частоте Найквиста 214
- Импульс прямоугольный (boxcar) 18, 403
- Интервалы группировки (class intervals) 58
— — число 63
— доверительные 50
- Интерполяция гармоническая 215
— на ограниченной полосе частот 245
— теорема о выборке 31
- Искажение (distortion) 163, 165
- Калибровка (calibration) шаговая и синусоидальная 93
- Квантование однобитовое 264
- Ковариация (covariance) 51
— большая длина записи 263
— БПФ-метод вычисления 267
— нормировка 284
— ошибка при нормировке 285
— различие со сверткой 262
— смещенной во времени функции 258
— удаление среднего 284
- Когерентность (coherence), влияние на точность оценок передаточной функции *см. также* Функция когерентности 354
— доверительные границы 351
— изменчивость 349
— как доля мощности 347
— комплексная 342
— множественная (multiple) 348
— связь с передаточной функцией 375
— смещение (bias) 349, 350
— толкование для нелинейных систем 348
- Когерентность, устранение смещения 350
— частная (partial) 348, 349
- Кодирование линейно упреждающее 293
- Комплексные числа 9, 10
- Контрольная сумма 82
- Координаты, поворот осей 220
— полярные 10, 205, 338
- Корреляция (correlation) *см. также* Функция корреляции 51, 52
— выборочная 257
— доверительные границы 281
— максимальное значение запаздывания 281
— пример подмены 289
— срезание сигнала, допущения 265
— — — дисперсия 264
— — — коэффициенты 264
- Косинус-преобразование 16, 203
- Кресс-ковариация (cross covariance) 255, 256
- Кресс-корреляция, оценка (cross correlation) 257
- Кресс-спектр (cross spectrum) 257
- Кресс-спектральная плотность 52, 329
- Линейная система 20
— — кресс-спектры 343
— — моделирование 336
— — со многими входами 344
— — — — решение по методу наименьших квадратов 346
— — — — — как произведение матриц 357
— — спектральные соотношения 340
— — спектры мощности (power spectra) 343
— — физическая осуществимость 25, 337
- Линейность системы 339
- Линия регрессии 52
- Максимум энтропии 293
- Мантисса 83
- Математическое ожидание максимального значения 64

- Матрица, изоморфная комплексной 357
— перестановки 222
— спектральная 346
— — в памяти 356
— — расширенная 348
— — условная 349
- Метод эскалатора (escalator) 358
- Модуль 205
- Моменты центральные и гауссовского распределения 49
- Мультиплексор 80
- Найквист *см.* Частота Найквиста
- Наложение (w/ground) 37, 273, 298
- Независимость 50
- Неправдоподобные (wild) данные *см.* Редактирование данных с неправдоподобными значениями
- Неустойчивость (instability) фильтра 164, 168
- Нули 10, 105
— добавление 267, 268
- Область импульсного отклика фильтра 282
- Обратная (reversal) перестановка битов 226
- Окно (window) Гудмана 318, 320
— ГЭО 315, 317
— косинусное 314, 315
— Парзена 405
— прямоугольное 312, 313
— спектральное 309, 404
— Хемминга 405
— Хеннинга 405
- Округление (rounding) 85
- Операция развертки (sweep) 358, 359
— сглаживания (smoothing) 261
- Ортогонализация 358
- Осреднение ПСМ 311, 321
— — комбинированное 322, 328,
— — линейное 331
— — по ансамблю 311, 322, 325
— — частотам 311, 321, 322
- Осциллятор 117
- Отклонение стандартное 43
- Оценка 45
— несостоятельная (inconsistent) 54
— смещенная 46
— частоты 28
- Ошибка округления 57
— при наложении 289
— стандартная оценки 258
— щелевая (aperture) 90
- Перестановка циклическая для ковариации 270, 271
— — — в области частот 270
— — — во временной области 274
- Периодограмма (periodogram) 46
- ПКС (плотность кресс-спектра) 52, 329
- Плавающая точка 82
- Плотность вероятностная пиков 64
— выборочная вероятностная 59
- Поворот в координатных плоскостях 220
— умножение на W_N 219
- Подмена (aliasing) 29
— во временной области 273, 289
— диаграмма 30
— пример 29
- Полоса (bandwidth) вычислительная 298
— разрешающая (resolution) 298, 299
— элементарная 201
— эффективная разрешающая (effective resolution) 296
- Полюсы 10, 105
— действительные 111
— комплексные 114
- Почти всюду 12
- Преобразование аналого-цифровое (analog to digital conversion) 85
— косинуса 14, 27
— синуса 15
— Фишера z 349
— Фурье 11, 200
— — быстрое (БПФ), алгоритм Сэнда — Тьюки 219, 227
— — — 2, 3, 4, 5-алгоритм Синглтона 234
— — — алгоритм Синглтона для внешних запоминающих устройств (out of core) 235

- Преобразование аналого-цифровое
быстрое, алгоритм Кули—Тьюки 219
— — — — — внутренний цикл 226
— — — — — пояснения 230
— — — — — программа 224
— — — со смешанной базой (mixed radix) 235
— — — число операций 233
— — выборочных данных 28
— — двойной длины (double-length) 209
— — двухточечное 251
— — дискретное 32, 37, 201
— — матричная запись 222
— — обратное 11, 205, 211
— — — дельта-функции 13
— — — для действительных рядов 211
— — — конечной длины 33
— — — свойства 20
— — — специальное (special inverse) 212
— — — периодичность 202
— — сдвинутой функции 17
— — симметрия 203
— — случайного шума 242
— — соотношения 17
— — спаренное (two-at-a-time) 208
— — суммы синусов и косинусов 240
— — существование 211
— — таблица пар преобразований 18
— — точка Найквиста 203
— — четной функции 16
— z 39
Приведение к белому шуму (prewhitening) 293, 405
Прони (Prony) метод 293
Процесс стационарный случайный 43
— узкополосный, гистограмма 71
ПСМ (плотность спектра мощности) 44, 53
— метод корреляционной функции 294
— — полоснопропускающего фильтра 294
— — преобразования Фурье 294
— — фильтрации 55
— — односторонняя 408
ПСМ развернутой синусоиды 363
— размывание 303
— утечка (leakage) 306, 404
Размывание (smearing) 26
— преобразования косинуса 27
Разрешающая полоса фильтра 283
Распределение выборочное 59
— гауссовское 47, 60
— гипотетическое 61
— максимального значения равномерного шума 65
— наибольшего значения 64
— Рэля (Rayleigh) 244
— Стьюдента t 51
— F 51
Регрессия 52
— множественная 53
— — в области комплексных частот 345
Редактирование данных с неправдоподобными значениями 96
— — процедура Тьюки 53X 97
Ряд Фурье и его коэффициенты 211
— — связь с преобразованием Фурье 211
Свертка (convolution) 23
— быстрая (transient) 258, 260, 263
— выигрыш в скорости при вычислениях БПФ 279
— как ковариация 275
— круговая (circular) 36, 273, 277
— с линейной функцией 24
— симметричная 261
— формулы БПФ для вычисления 271
Сглаживание временное (tapering) 312
Символ (character) 82
Симметрия по Эрмиту 205
Синусоида, автоковариация 55
— дисперсия 47
— плотность 70
— развернутая, испорченный диапазон (hash band) 363
Система с коррелирующими входами, см. также Линейная система 376
— — одной степенью свободы, дифференциальное уравнение 20

- Скорость развертки синусоиды 363
Слово 82
Смещение гистограммы 60
Сопrotивление механическое 336
Сопряженность комплексная 9
Состоятельность (consistency) 46
Спектральная плотность см. ПКС и ПСМ
Спектр условный (conditioned) 348
Среднее (mean), вычисление 56
— истинное, множественное 43
— удаление 305
Срезание (truncation) 85
Стандартизация 48
Степени свободы (ст. св.) 62
Теорема Винера—Хинчина 54, 257
— о выборке 31
— — свертке 291, 338
— основной алгебры 10
— центральная предельная 49, 72
Тест хи-квадрат 60
Точка З-дБ 135
Точность двойная 85
Удаление (removal) тренда 98
Умножитель на базе «четверти квадратов» 266
— — «суммы квадратов» 266
Уравнение интегральное 105
— линейное дифференциальное 20, 105
Усиления коэффициент (gain) 205, 338
— фильтра системы с одной степенью свободы 21
Усреднение (average), скользящее 261
— — авторегрессионное 293
Устойчивость (stability) 106
— ПСМ статистическая 300
Уточнение (validation) данных 72
Фаза (phase) 205, 338
— для системы с одной степенью свободы 21
— линейная 292
— ошибка 352
Фаза, продолжение (straightening) 218
Фиксированная точка 82
Фильтр Баттеруорта (Butterworth) 79, 117
— — синусный 129
— — — высоких частот 185
— — — полоснопропускающий 138
— второго порядка 110
— — — низкочастотный 117
— дифференциатор 107
— заграждающий (band reject) 142, 150
— импульсный с бесконечной областью отклика (ИБО) 104
— — — конечной областью отклика (ИКО) 152
— Ормсби (Ormsby) 153
— параллельный 120, 123
— Паркса — Мак-Клеллана (Parks, McClellan) 153
— первого порядка 106
— полоснопропускающий (bandpass) 104, 136, 150
— последовательный (series) 122
— противоположенный 79
— прямой (direct) 120
— системы с одной степенью свободы 20
— тангенсный 145
Фильтрация безфазовая 188
— полоснопропускающая 282
— посредством свертки 282
Фильтры идеальные базисные 126, 127
Фишера (Fisher) Z -преобразование 281
Фортран 384
Функция автоковариации 54
— вероятностная плотности 59, 64, 66
— дробно-рациональная 10
— импульсного отклика 20, 337
— — — системы с одной степенью свободы 22
— ковариации 255, 256
— когерентности 330, 336, 342
— корреляции 255, 284
— многомерная плотности 66
— нечетная 15
— передаточная (transfer) 21, 104, 329, 336

- Функция автоковариации в векторной записи 346
- — доверительная область 352
- — доверительные интервалы 352
- — коэффициент усиления 108
- — методы измерений 360
- — программа вычислений 393
- — фаза 108
- плотности (density) 294
- свертки 255, 258
- четная 15
- $(\sin x)/x$ 19
- Фурье преобразование, см. Преобразование Фурье
- Характеристика 83
- Хеннинга 323
- Частота мгновенная 362
- Найквиста 30
- пиковая системы с одной степенью свободы 21
- Часть действительная 9
- мнимая 9
- Число комплексное 9
- Шаг (spacing, increment) в области частот 208, 213
- Шестнадцатеричная (hexadecimal) запись 83
- Шум (noise) аддитивный белый 55
- — — как вход системы 365
- — влияние на передаточную функцию 368
- — при округлении 85
- — равномерный, среднее и дисперсия 68
- — узкополосный 248
- — цифрового преобразователя 87
- Щелевая (aperture) функция 79
- Эйлера соотношение 10, 253
- Эксцесс (kurtosis) 49
- Эллипс постоянной вероятности 52
- Эргодичность 43

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие	6
Глава 1. Предварительные понятия	9
1.1. Введение	9
1.2. Операции над комплексными числами	9
1.3. Преобразование Фурье	11
1.4. Прямоугольный импульс и его преобразование Фурье	18
1.5. Линейные системы	20
1.6. Свертка и физическая осуществимость	23
1.7. Эффекты конечной длины выборки	25
1.8. Выборочные данные и частота Найквиста	28
1.9. Дискретное преобразование Фурье длины N	32
1.10. z -преобразование	39
Упражнения	40
Глава 2. Элементы теории вероятностей и статистики	42
2.1. Введение	42
2.2. Выборочные величины и оценки	45
2.3. Нормальное распределение	47
2.4. Корреляция и регрессия	51
2.5. Функция плотности спектра мощности	53
2.6. Как вычислять среднее и дисперсию	56
2.7. Вероятностные гистограммы	58
2.8. Вероятностные функции плотности пиков	64
2.9. Многомерные функции плотности	66
2.10. Примеры и применения вероятностных функций плотности	67
Упражнения	75
Глава 3. Сбор и предварительная обработка данных	77
3.1. Введение	77
3.2. Сбор данных	78

3.3.	Цифровое представление информации	81
3.4.	Аналого-цифровое преобразование	85
3.5.	Другие погрешности	89
3.6.	Переход к физическим единицам	93
3.7.	Редактирование данных с неправдоподобными значениями	95
3.8.	Удаление тренда	98
	Упражнения	102
Глава 4.	Конструкции цифровых фильтров	104
4.1.	Основные понятия	104
4.1.1.	Фильтры первого порядка	106
4.3.	Фильтры второго порядка	110
4.4.	Фильтры более высоких порядков	119
4.5.	Идеальные билинейные фильтры	126
4.6.	Синусный фильтр низких частот Баттеруорта	129
4.7.	Синусный фильтр высоких частот Баттеруорта	135
4.8.	Полоснопропускающие фильтры	136
4.9.	Заграждающие фильтры	142
4.10.	Тангенсные фильтры	145
4.11.	Другие рекурсивные фильтры	151
4.12.	Нерекурсивные (ИКО) фильтры	152
4.13.	Приемы аппроксимации фильтров	157
	Упражнения	160
Глава 5.	Практические аспекты цифровой фильтрации	163
5.1.	Введение	163
5.2.	Шум и искажение	163
5.3.	Ухудшение фильтра	168
5.4.	Реализация фильтра	179
5.5.	Децимация	185
5.6.	Обратная децимация	191
5.7.	Сведение к общей скорости выборки	193
5.8.	Комплексная демодуляция	194
	Упражнения	196
Глава 6.	Преобразования Фурье	200
6.1.	Элементы теории	200
6.2.	Алгоритм быстрого преобразования Фурье	219
6.3.	Примеры	240
	Упражнения	250
Глава 7.	Ковариация и свертка	255
7.1.	Элементы теории	255
7.2.	Различия между ковариацией и сверткой	262

7.3.	Длинные ряды и основная вычислительная процедура для ковариации	263
7.4.	Вычисление ковариации и свертки при помощи БПФ	266
7.5.	Эффекты подмены и наложения	273
7.6.	Как вычислять функции ковариации и свертки	280
7.7.	Область импульсного отклика и полоса частот при фильтрации посредством свертки	282
7.8.	Нормировка и удаление среднего при вычислении ковариаций	284
7.9.	Примеры использования ковариации и свертки	285
	Упражнения	291
Глава 8.	Плотности кросс-спектра и спектра мощности	293
8.1.	Обзор основных методов вычисления спектров	293
8.2.	Понятие плотности	294
8.3.	Ширина эффективной разрешающей полосы	296
8.4.	Пределы разрешающей способности	298
8.5.	Статистическая устойчивость	300
8.6.	Утечка	306
8.7.	Как вычислять спектральные функции	309
8.8.	Функции временного сглаживания — окна данных	312
8.9.	Примеры использования функций плотности спектра мощности	333
	Упражнения	335
Глава 9.	Передаточные функции и функция когерентности	336
9.1.	Свойства передаточных функций	336
9.2.	Спектральные соотношения для систем с одним входом	340
9.3.	Спектральные соотношения для линейных систем со многими входами	344
9.4.	Функции обычной, множественной и частной когерентности	347
9.5.	Доверительные границы для когерентности	349
9.6.	Определение доверительных границ для передаточных функций	351
9.7.	Как вычисляются передаточные функции	354
9.8.	Оператор развертки	358
9.9.	Определение передаточной функции при помощи синусоид	360
9.10.	Определение передаточной функции при помощи случайных входов	364
9.11.	Функция когерентности при $B_e = 1/P$	366
9.12.	Примеры вычисления передаточных функций	368
	Упражнения	383

Приложение А. Программы для анализа временных рядов	384
А.1. Введение	384
А.2. Генератор случайных чисел	385
А.3. Получение графиков на печатающем устройстве	387
А.4. Быстрое преобразование Фурье	387
А.5. Получение весовых коэффициентов низкочастотного фильтра	390
А.6. Передаточная функция цифрового фильтра	393
А.7. Тест-программа и результаты проверок	395
Приложение В. Процедура Блэкмена — Тьюки вычисления плотностей спектра мощности	402
В.1. Введение	402
В.2. Формулы для вычислений на ЭВМ	404
В.3. Процедура получения кросс-спектра	406
В.4. Замечания	408
Литература	410
Список обозначений	416
Предметный указатель	419

УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и другие просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., д. 2, издательство «Мир».